ヒッグス３重項模型における ヒッグス結合への輻射補正

菊地　真吏子（富山大学）

共同研究者
青木真由美（金沢大）、 兼村晋哉（富山大）、
柳生慶（台湾・國立中央大）

M. Aoki, S. Kanemura, M. K., K. Yagyu Phys.Lett. B714 (2012) 279-285
M. Aoki, S. Kanemura, M. K., K. Yagyu Phys.Rev. D87 (2013) 015012

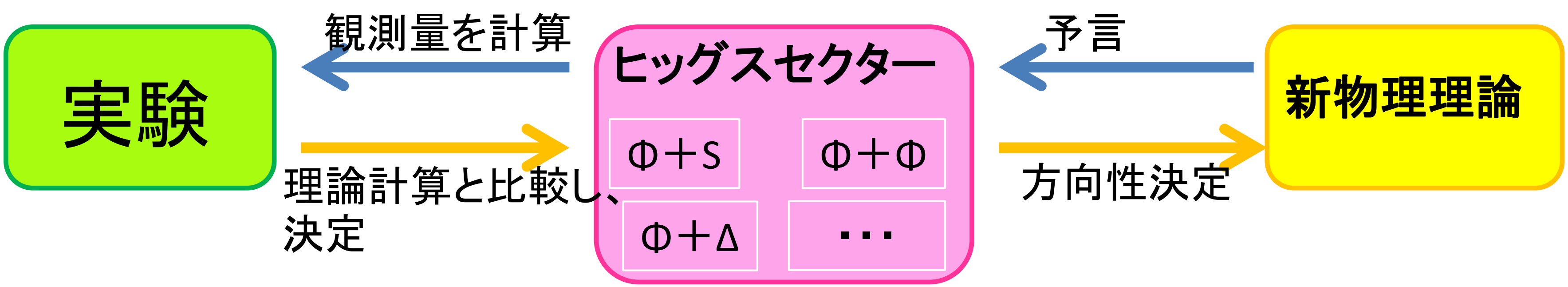
ILC夏の合宿　2013年7月20-23日

拡張ヒッグス

- **拡張ヒッグス模型は標準模型が抱えるさまざまな問題を解決する可能性がある**

- Φ＋S　**(暗黒物質, …)**
- Φ＋Φ **(SUSY, EW Baryogenesis, …）**
- Φ＋Δ　**(ニュートリノ質量, ….)**

ヒッグスセクターの決定が新物理構築の窓口になっている



ヒッグスセクターの形を決定することが新物理の真相に迫る第一歩！！

h(標準模型的ヒッグス粒子)の物理

- 新ヒッグス粒子(H^{++}, H^{+}, A, H)の発見は新物理の決定につながる
- 現在、発見されているヒッグス粒子は ・・・ *h*(性質は標準模型的)
- *h*について詳細に研究することはヒッグスセクターの決定し、ひいては新物理理論の方向を決めるために決定的に重要！！
- さらに、将来の加速器実験によってhの結合定数の精密測定が期待される
- 標準模型ライクヒッグスの様々な結合定数の標準模型の予言とのずれを計算し、定量的に評価する。
  各模型において結合定数のズレの相関関係を明確にする。
- 精密な測定結果と比較して、ヒッグスセクターを決定する！

fingerprinting

加速器実験による精密測定 × 量子補正の効果を含めた理論計算 = ヒッグスセクターの決定

*h*の物理から新物理の決定！！

今回のお話

- ➢ 拡張ヒッグス模型はさまざまな問題を解決する可能性がある
- Φ＋S　(暗黒物質, ...)
- Φ＋Φ (SUSY, EW Baryogenesis, ...
- Φ＋Δ　(ニュートリノ質量, ...)

どの模型

- ➢ 量子効果による標準模型が予言する結合定数の値からのずれを評価
- くりこみ条件が標準模型の場合と異なる
  新しいくりこみ条件を定義
- *hγγ, hZZ, hWW, hhh* を1ループレベルで計算
- 結合定数のずれの特徴を用いて模型の区別ができるか議論する

ヒッグス三重項模型

	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$
Φ	2	1/2
Δ	3	1

$$\begin{aligned} V_{Higgs} = {} & m^2\Phi^\dagger\Phi + M^2 Tr(\Delta^\dagger\Delta) + [\mu\Phi^T i\tau_2\Delta^\dagger\Phi + h.c.] \\ & + \lambda_1(\Phi^\dagger\Phi)^2 + \lambda_2[Tr(\Delta^\dagger\Delta)]^2 + \lambda_3 Tr(\Delta^\dagger\Delta)^2 \\ & + \lambda_4(\Phi^\dagger\Phi)Tr(\Delta^\dagger\Delta) + \lambda_5\Phi^\dagger\Delta\Delta^\dagger\Phi \end{aligned}$$

質量固有状態 : *h*, 　　　*H*±±, *H*±, *A*, *H*

標準模型ライクヒッグスボソン　　三重項ライクヒッグスボソン

➢ 電弱ρパラメーター

ρパラメーターがツリーレベルで1からずれた模型

$$\rho = \frac{v_\phi{}^2 + 2v_\Delta{}^2}{v_\phi{}^2 + 4v_\Delta{}^2} \neq 1$$

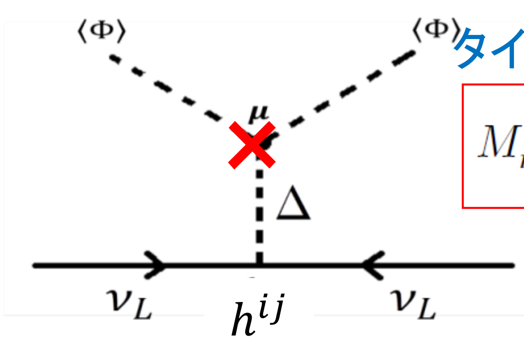
v_φ : VEV of ϕ

v_Δ : VEV of Δ

$$\Rightarrow \quad v_\Delta{}^2 \ll v_\phi{}^2 \quad (\rho_{exp} \simeq 1)$$

➢ ニュートリノ質量 Cheng, Li (1980)
Mohapatra, Senjanovic(1981)

$$\mathcal{L}_\nu = h_{ij}\overline{L_L^i}^c i\tau_2\Delta L_L^j + hc$$



タイプⅡシーソー

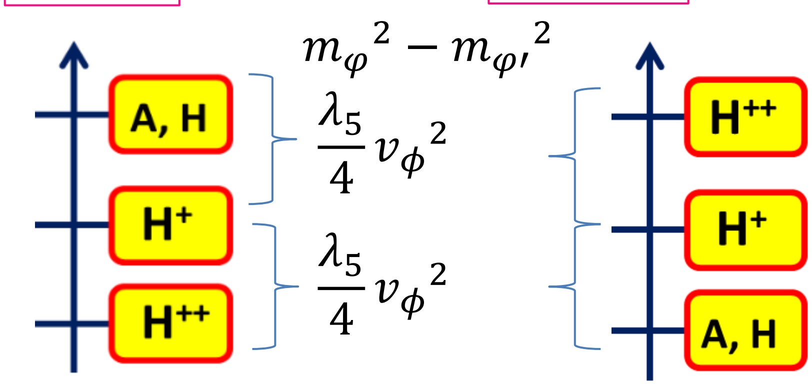
$$M_\nu^{ij} = \frac{h^{ij}\mu v_\Phi^2}{M_\Delta^2}$$

$$M_\Delta{}^2 \equiv \frac{v_\phi{}^2\mu}{\sqrt{2}v_\Delta}$$

➢ 三重項ライクヒッグスボソンの質量階層性

CaseI $\lambda_5 > 0$

CaseII $\lambda_5 < 0$

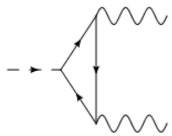


計算したこと

ヒッグス三重項模型において

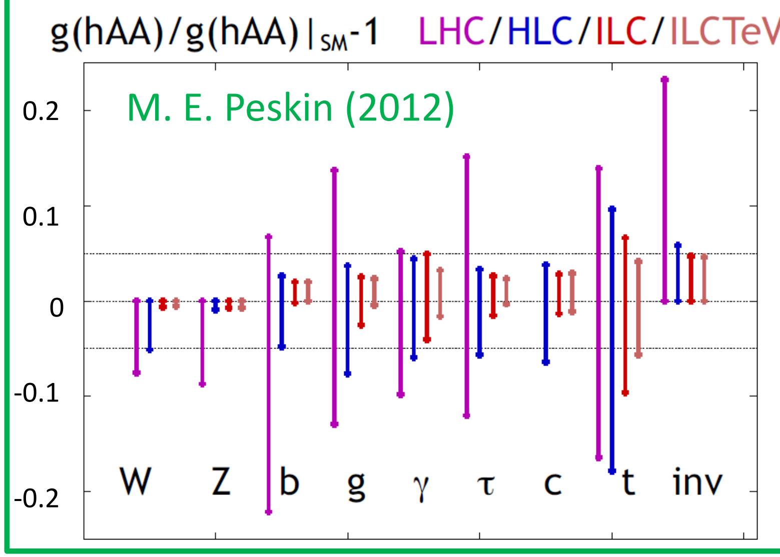
$\Gamma(h\to\gamma\gamma)$, hZZ, hWW, hhh を1ループ補正を含めて計算した。

$\Gamma(h\to\gamma\gamma)$

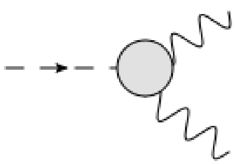


- $h\gamma\gamma$ は1ループプロセス
  ⇒ ループする新粒子の効果をみつけやすい。
- LHCでの測定結果がすでにおもしろいことになっている。

計画中の加速器実験ILCで期待される結合定数測定精度

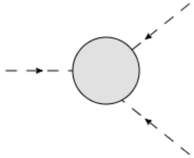


hWW, hZZ



- **hWW と hZZ はゲージ結合**
  ⇒ヒッグス機構が検証できる。だから重要

hhh



- **EWSBの本質と直結。だから重要**

ヒッグス三重項模型において標準模型とは異なるくりこみ条件を定義し、それを用いてくりこまれた結合定数を計算した。

$h\gamma\gamma$

A. Arhrib, R. Benbrik, M. Chabab, G. Moultaka (2012); A. G. Akeroyd, S. Moretti (2012);

➢ イベント率 $h\to\gamma\gamma$

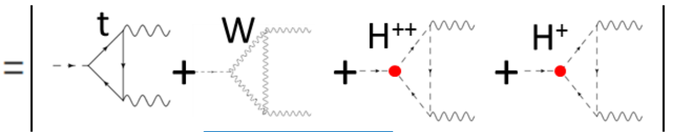
$$R_{\gamma\gamma} \equiv \frac{\sigma(gg\to h)_{\rm HTM}\times {\rm BR}(h\to\gamma\gamma)_{\rm HTM}}{\sigma(gg\to h)_{\rm SM}\times {\rm BR}(h\to\gamma\gamma)_{\rm SM}}$$

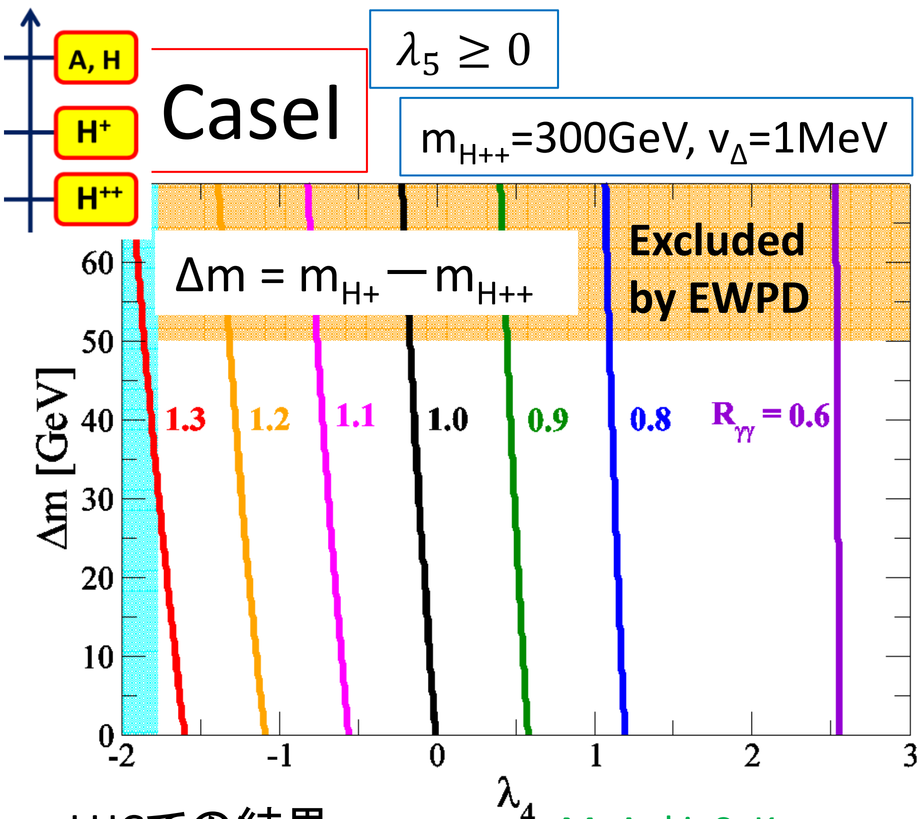
$R_{\gamma\gamma}$ は λ_4 に依存する

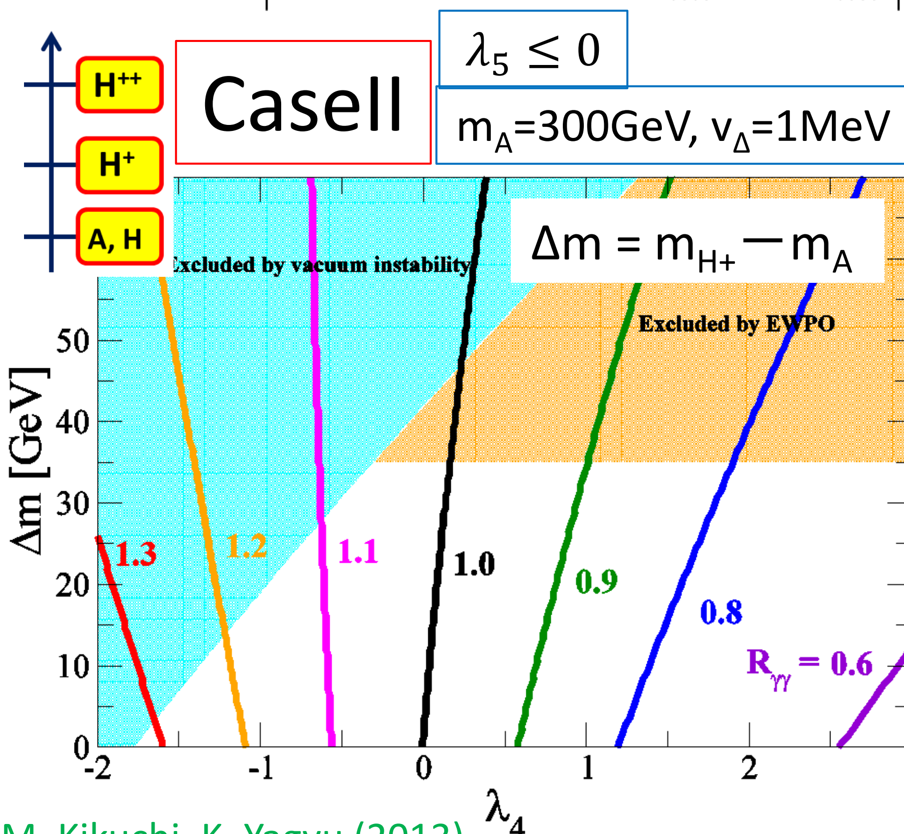
$$\lambda_{hH^{++}H^{--}} \approx -\lambda_4 v$$

$$\lambda_{hH^{+}H^{-}} \approx -(\lambda_4 + \frac{\lambda_5}{2})v$$

$\Gamma(h\to\gamma\gamma)_{HTM} =$







M. Aoki, S. Kanemura, M. Kikuchi, K. Yagyu (2013)

LHCでの結果

$R_{\gamma\gamma}^{\rm exp}$ = 0.5 – 1.1 (CMS)

m_{H++}=300GeVでもループするH^{++}、H^{+}の効果により、三重項模型の$R_{\gamma\gamma}$ は$R_{\gamma\gamma}^{ex}$ をカバーできる。

CaseI $\lambda_5 \geq 0$

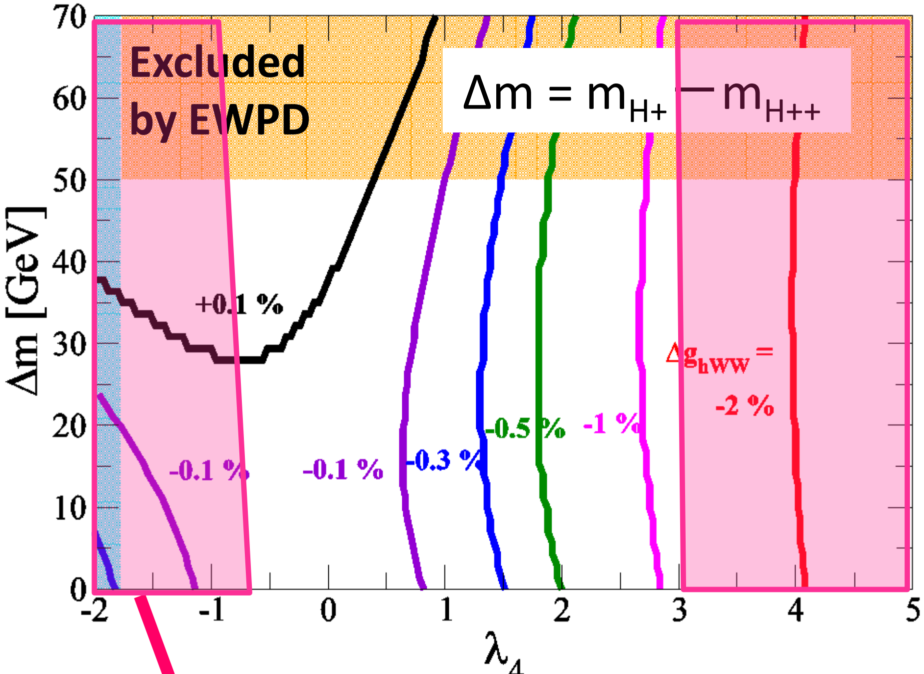
hWW, hhh

➢ 結合定数の標準模型の予言からのずれを評価する

hWW

$$\Delta g_{hVV} \equiv \frac{\mathrm{Re}M_1^{hVV} - \mathrm{Re}M_1^{hVV}(\mathrm{SM})}{\mathrm{Re}M_1^{hVV}(\mathrm{SM})}$$

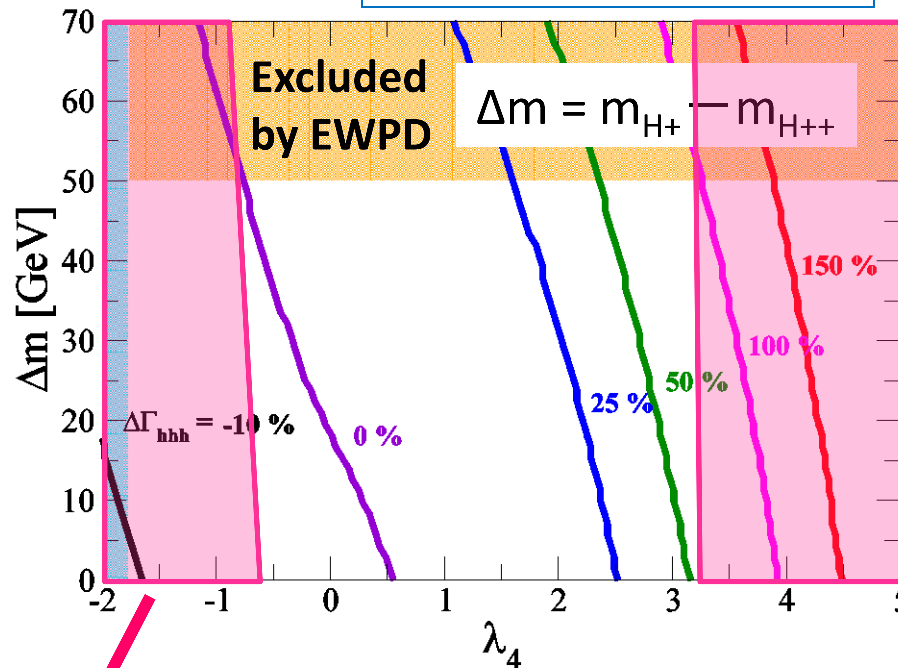
$m_{H^{++}}$=300GeV, v_Δ=1MeV



hhh

$$\Delta\Gamma_{hhh} \equiv \frac{\mathrm{Re}\Gamma_{hhh} - \mathrm{Re}\Gamma_{hhh}^{\mathrm{SM}}}{\mathrm{Re}\Gamma_{hhh}^{\mathrm{SM}}}$$

$m_{H^{++}}$=300GeV, v_Δ=1MeV



LHCの$h \to \gamma\gamma$データから排除される領域

CaseIIも同等のずれを予言

Δg_{hVV}は1%、
$\Delta\Gamma_{hhh}$は50%の値になることもあり得る

ILCでずれを測定可能

hγγ と *hhh*の間の相関関係

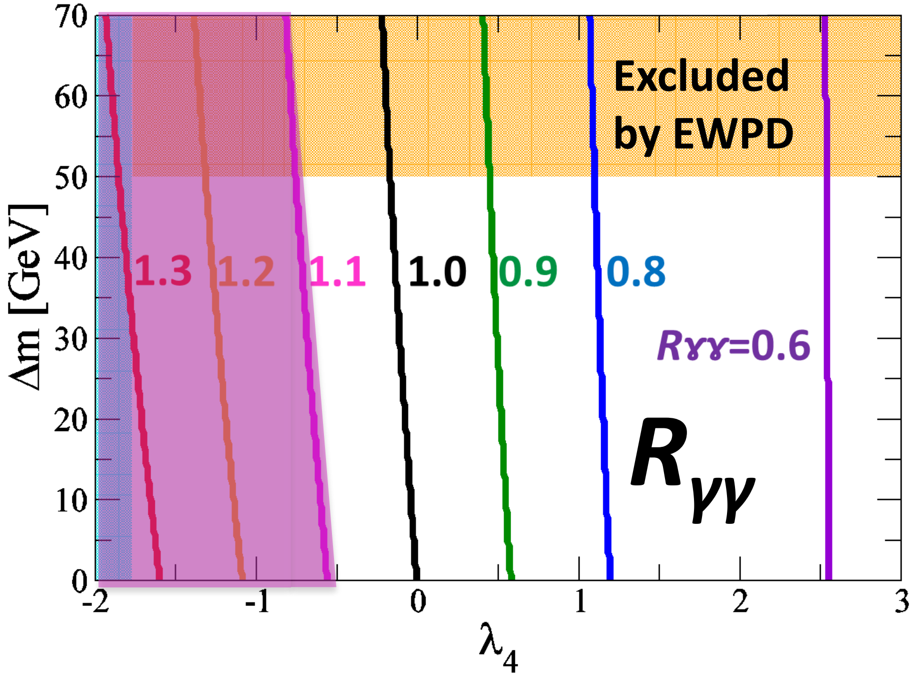
Case-I

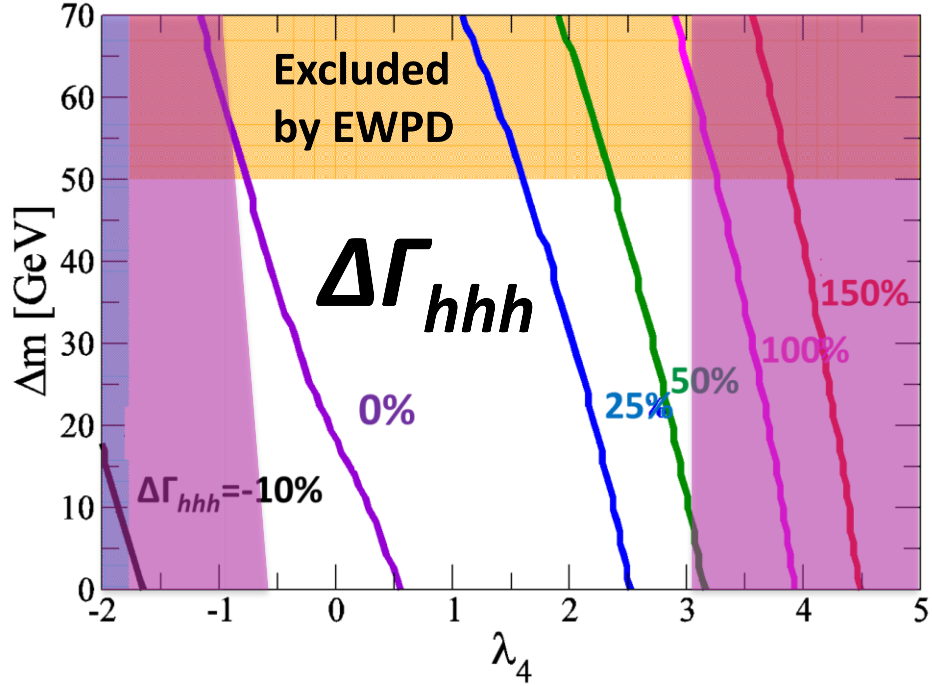
Δm = $m_{H+} - m_{H++}$

m_{H++}=300GeV, v_Δ=1MeV

$$R_{\gamma\gamma} \equiv \frac{\sigma(gg \to h)_{\mathrm{HTM}} \times \mathrm{BR}(h \to \gamma\gamma)_{\mathrm{HTM}}}{\sigma(gg \to h)_{\mathrm{SM}} \times \mathrm{BR}(h \to \gamma\gamma)_{\mathrm{SM}}}$$

$$\Delta\Gamma_{hhh} \equiv \frac{\mathrm{Re}\Gamma_{hhh} - \mathrm{Re}\Gamma_{hhh}^{\mathrm{SM}}}{\mathrm{Re}\Gamma_{hhh}^{\mathrm{SM}}}$$





Rγγと**ΔΓ**$_{hhh}$**では三重項場の効果が反対に効く**

まとめ

- **Higgs is a probe of new physics**

加速器実験による精密測定 × **量子補正の効果を含めた理論計算** ＝ **ヒッグスセクターの決定**

標準模型ライクヒッグスボソンの結合定数の精密計算！！

- **ヒッグス三重項模型**

1-loop計算の結果：

- $h\gamma\gamma$ ・・・ $R_{\gamma\gamma}$=0.6 – 1.3 → m_{H++}=300GeVの場合でもLHCの実験データをカバーしている
- hWW, hZZ ・・・ 最大、1%のずれ
- hhh ・・・・・・・・ 最大、約50%のずれ

ILCでずれを測定できる可能性あり

- $R_{\gamma\gamma}$と$\Delta\Gamma_{hhh}$には相関関係がある
  いろいろな結合定数のずれの相関関係に着目した模型の区別する方法がある

三重項模型は輻射補正を含めた精密計算と、将来の加速器実験による精密測定による検証が期待できる！

ありがとうございました。

Back Up

エキゾチックな表現

ρパラメーターはヒッグスセクターを特徴づける重要なパラメーター

- 標準理論ではρ_{tree}=1
- $\rho_{exp} \simeq 1.0008$
- カストディアル対称性を表すパラメーター

ρパラメーターの公式

$$\rho \equiv \frac{m_W^2}{m_Z^2 \cos^2\theta_W} = \frac{\sum_i \left[T_i(T_i+1) - Y_i^2\right] v_i^2}{\sum_i 2Y_i^2 v_i^2}$$

T_i, Y : 場iのアイソスピン、ハイパーチャージ

- Multi-doublet ヒッグスセクターの理論では、ρ_{tree}=1
  *hWW, hZZ*結合が標準理論の予言より**必ず小さくなる**。

Model	$\tan\beta$	$\tan\beta'$	c_{hWW}	c_{hZZ}
$\phi_1 + \phi_2$ (THDM)	v_{ϕ_2}/v_{ϕ_1}	v_{ϕ_2}/v_{ϕ_1}	$\sin(\beta-\alpha)$	$\sin(\beta-\alpha)$

- エキゾチックな表現、・・・ triplet(Δ), real-Δ+complex-Δ, septet
  *hWW, hZZ*結合が標準理論の予言より**大きくなり得る**。

$$g_{hAA} = g_{hAA}{}^{SM} \times c_{hAA}$$

三重項模型

$\rho_{tree} \neq 1$

Model	$\tan\beta$	$\tan\beta'$	c_{hWW}	c_{hZZ}
$\phi+\chi$ (cHTM)	$\sqrt{2}v_\chi/v_\phi$	$2v_\chi/v_\phi$	$\frac{v_\phi}{v}\cos\alpha+2\frac{v_\chi}{v}\sin\alpha$	$\frac{v_\phi}{v}\cos\alpha+4\frac{v_\chi}{v}\sin\alpha$
$\phi+\xi$ (rHTM)	$2v_\xi/v_\phi$	-	$\frac{v_\phi}{v}\cos\alpha+4\frac{v_\xi}{v}\sin\alpha$	$\cos\alpha$

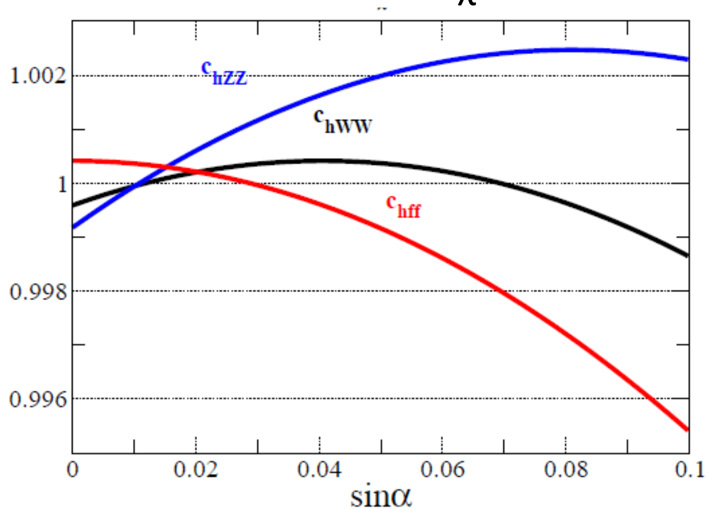
$$\rho = \frac{v_\varphi^2 + 2v_\Delta^2}{v_\varphi^2 + 4v_\Delta^2}$$

三重項場VEV(vΔ)の値に制限がかかり(vΔ≲O(1)GeV)、c_{hAA} の大きさが制限される。

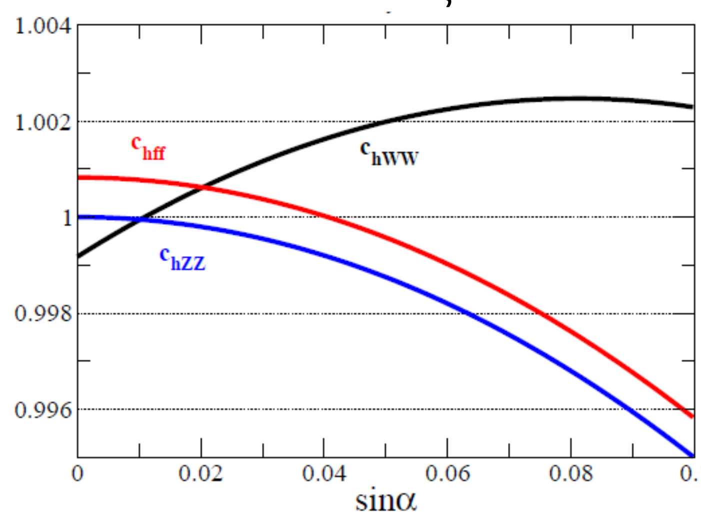
$$\rho = \frac{v_\varphi^2 + 4v_\eta^2}{v_\varphi^2}$$

$$g_{hAA} = g_{hAA}{}^{SM} \times c_{hAA}$$

複素三重項模型、v_χ=5GeV



実三重項模型、v_ξ=5GeV

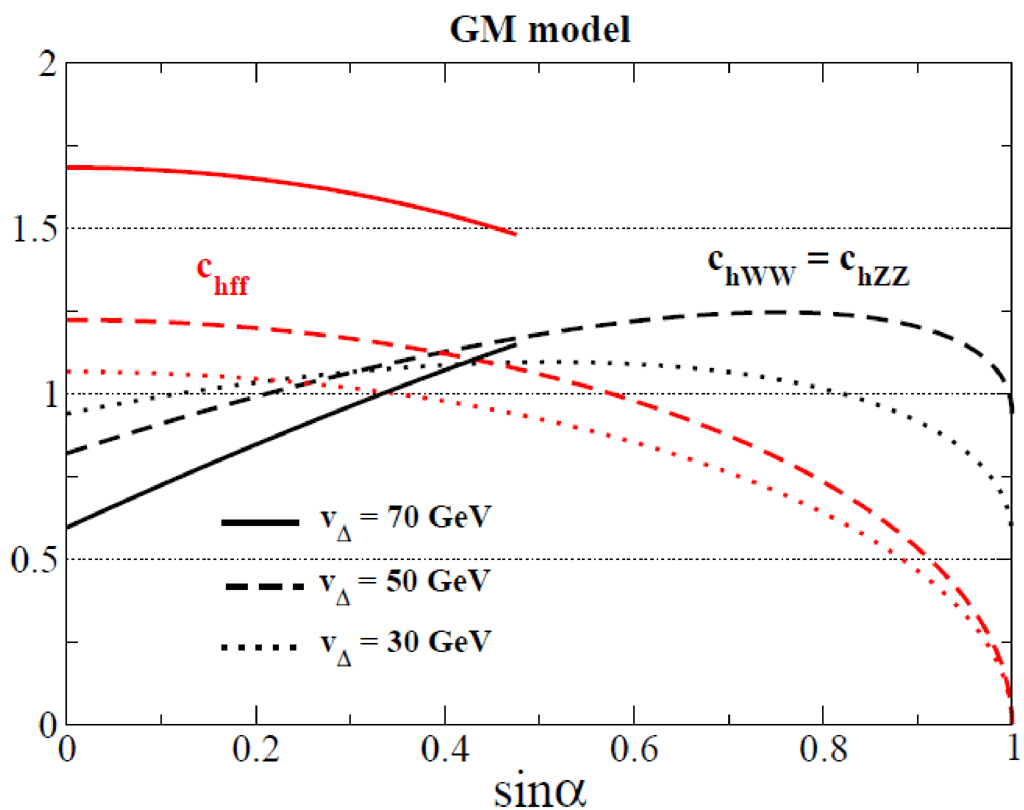


GM-model

field	T	Y
Φ	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
ξ	1	0
χ	1	1

ρ_{tree}=1

三重項場vevの大きさに制限がかからないので、hVV結合のSM予言からのずれが**正方向に大きくなり得る。**



チューニング $v_\Delta^2 \equiv v_\chi^2 = v_\xi^2,$

Model	$\tan\beta$	$\tan\beta'$	c_{hWW}	c_{hZZ}
$\phi+\chi+\xi$ (GM model)	$2\sqrt{2}v_\Delta/v_\phi$	$2\sqrt{2}v_\Delta/v_\phi$	$\frac{v_\phi}{v}\cos\alpha+\frac{8v_\chi}{3v}\sin\alpha$	

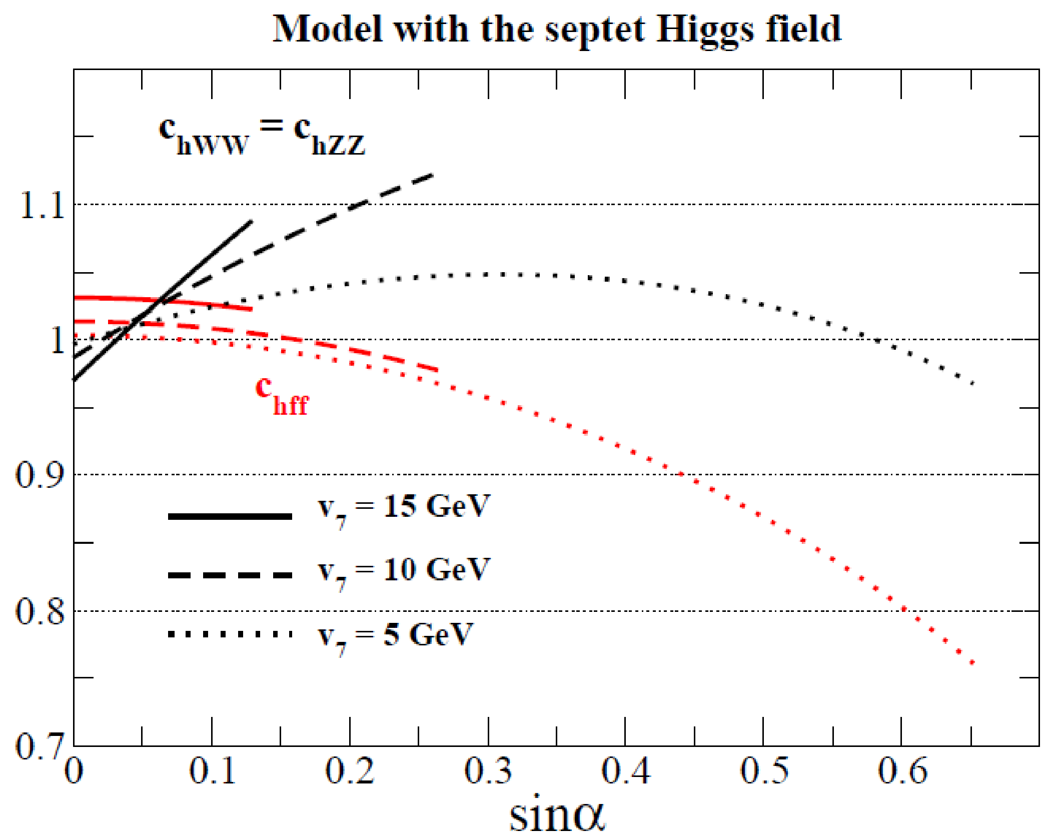
7重項模型

field	T	Y
Φ	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
Σ	3	2

ρ_{tree}=1

GM模型のときのようなチューニングなしで、

三重項場vevの大きさに制限がかからないので、hVV結合のSM予言からのずれが**正方向に大きくなり得る。**

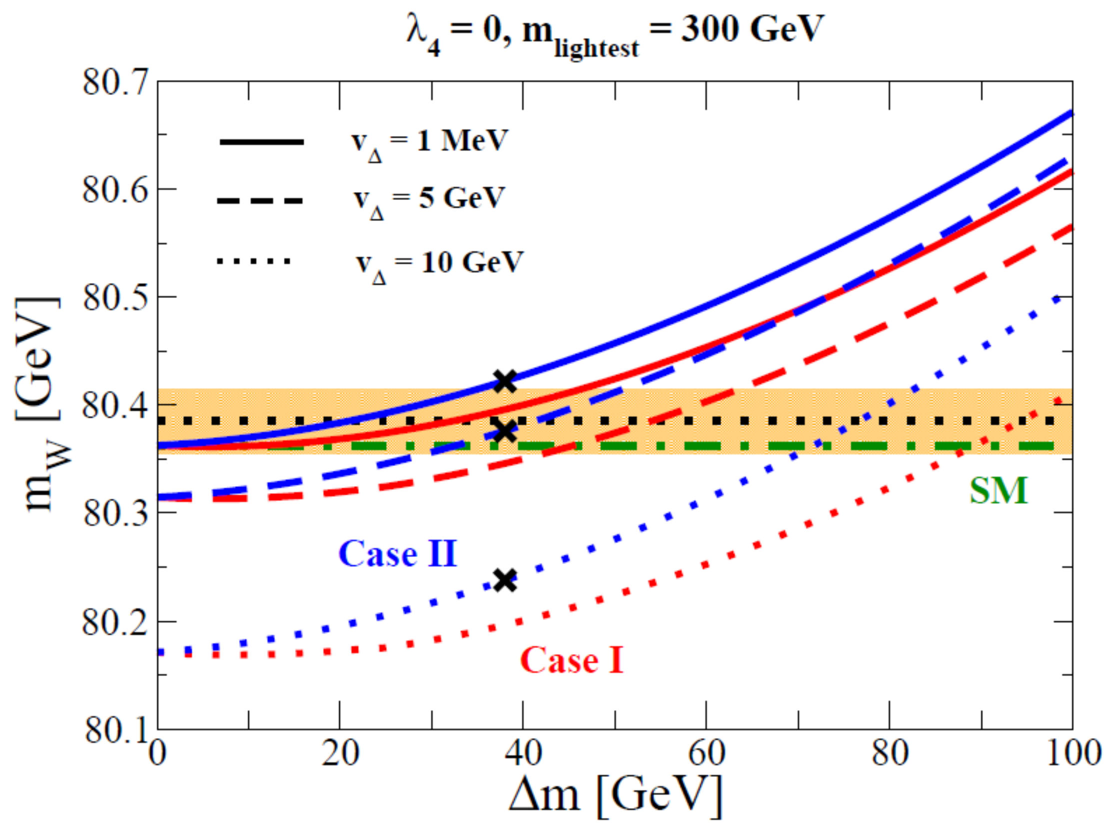


Model	$\tan\beta$	$\tan\beta'$	c_{hWW}	c_{hZZ}
$\phi+\varphi_7$	$4v_{\varphi_7}/v_\phi$	$4v_{\varphi_7}/v_\phi$	$\frac{v_\phi}{v}\cos\alpha+16\frac{v_\chi}{v}\sin\alpha$	

電弱精密データからの制限

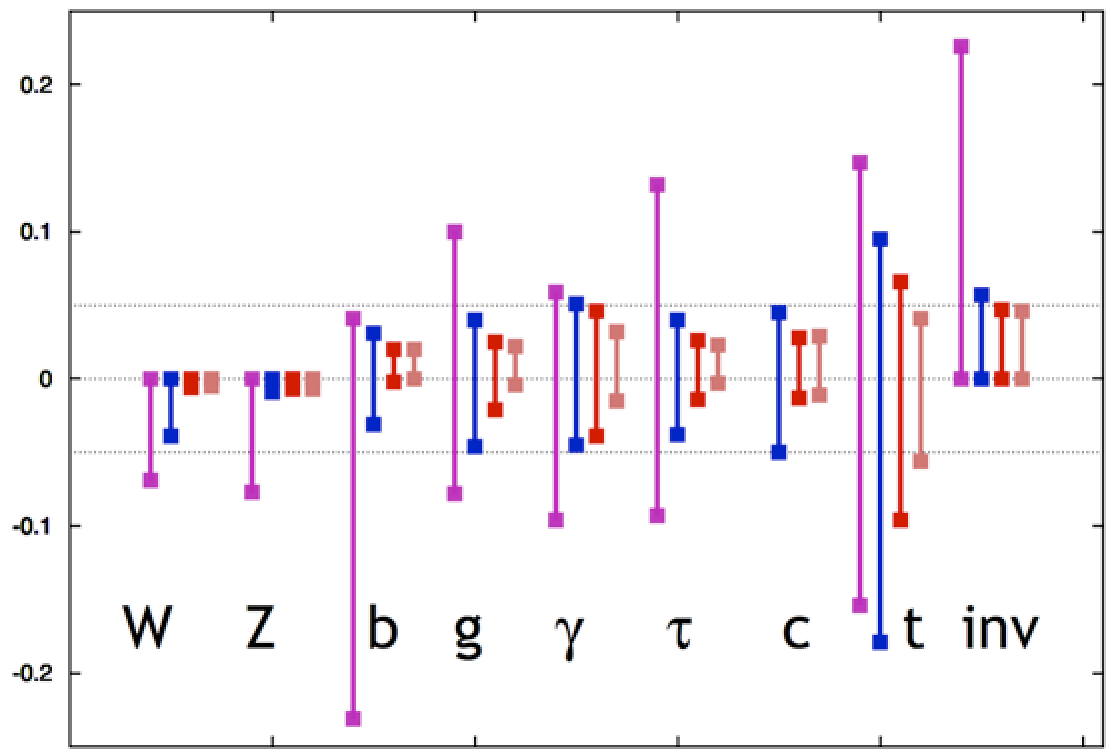
くりこまれたm_Wを計算した。

$\lambda_4 = 0, m_{lightest} = 300\text{GeV}$



	Case-I	Case-II
$v_\Delta \lesssim 1\text{GeV}$	0$\lesssim \Delta m \lesssim$50GeV	0$\lesssim \Delta m \lesssim$ 30GeV
$v_\Delta = 5\text{GeV}$	40GeV$\lesssim \Delta m \lesssim$ 60GeV	30GeV$\lesssim \Delta m \lesssim$ 50GeV
$v_\Delta = 10\text{GeV}$	85GeV$\lesssim \Delta m \lesssim$ 100GeV	70GeV$\lesssim \Delta m \lesssim$ 85GeV

$g(hAA)/g(hAA)|_{SM}-1$ LHC / HLC / ILC / ILCTeV



LHC : $\sqrt{s}$=14 TeV, L=300fb^{-1} in LHC

HLC : $\sqrt{s}$=250 GeV, L=250fb^{-1} in ILC

ILC : $\sqrt{s}$=500 GeV, L=500fb^{-1} in ILC

ILCTeV : $\sqrt{s}$=1000 GeV, L=1000fb^{-1} in ILC

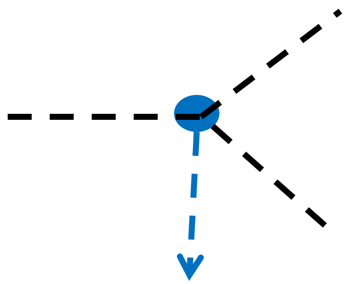
hhh

$$v_\Delta{}^2 \ll v_\phi{}^2$$
$$v^2 = v_\phi{}^2 + 2v_\Delta{}^2$$

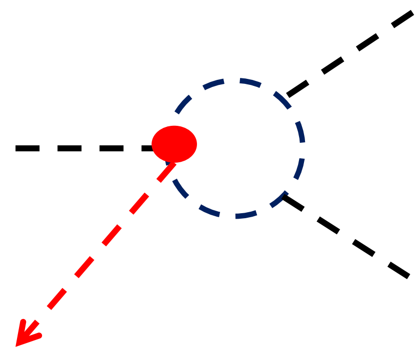
$$m_{H++}{}^2 \simeq M^2 + \frac{1}{2}\lambda_4 v^2$$
$$m_{H+}{}^2 \simeq M^2 + (\tfrac{1}{2}\lambda_4 + \tfrac{1}{4}\lambda_5)v^2$$
$$m_A{}^2 \simeq m_H{}^2 \simeq M^2 + \tfrac{1}{2}(\lambda_4 + \lambda_5)v^2$$

$$\Delta\Gamma_{hhh} \simeq \frac{v}{48\pi^2 m_h{}^2}\left(\frac{\lambda_{H++H--h}{}^3}{m_{H++}{}^2} + \frac{\lambda_{H+H-h}{}^3}{m_{H+}{}^2} + \frac{4\lambda_{hAA}{}^3}{m_A{}^2} + \frac{4\lambda_{hHH}{}^3}{m_H{}^2}\right)$$
$$\simeq \frac{v^4}{48 m_h{}^2\pi^2}\left[\frac{\lambda_4{}^3}{m_{H++}{}^2} + \frac{\left(\lambda_4 + \frac{\lambda_5}{2}\right)^3}{m_{H+}{}^2} + \frac{(\lambda_4+\lambda_5)^3}{2m_A{}^2} + \frac{(\lambda_4+\lambda_5)^3}{2m_H{}^2}\right]$$

Coupling parameters of the loop diagrams are different from the one of the tree diagram.
So, deviations by loop correction can be large.



$$\lambda_{hhh} \simeq -\lambda_1 v$$



$$\lambda_{hH++H--} \simeq -\lambda_4 v$$
$$\lambda_{hH+H-} \simeq -\left(\lambda_4 + \frac{1}{2}\lambda_5\right)v$$
$$\lambda_{hAA} \simeq \lambda_{hH+H-} \simeq -\frac{1}{2}(\lambda_4 + \lambda_5)v$$

Notation

- Fields

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi + v_\phi + i\chi) \end{bmatrix}, \qquad \Delta = \begin{bmatrix} \frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} & \Delta^{++} \\ \Delta^0 & -\frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$\text{with} \quad \Delta^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\delta + v_\Delta + i\eta),$$

- Filed mixing

$$\begin{pmatrix} \phi^\pm \\ \Delta^\pm \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^\pm \\ H^\pm \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \chi \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta' & -\sin\beta' \\ \sin\beta' & \cos\beta' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^0 \\ A \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \phi \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h \\ H \end{pmatrix},$$

- Mixing angles

$$\tan\beta = \frac{\sqrt{2}v_\Delta}{v_\phi}, \qquad \tan\beta' = \frac{2v_\Delta}{v_\phi},$$

$$\tan 2\alpha = \frac{v_\Delta}{v_\phi} \frac{2v_\phi^2(\lambda_4 + \lambda_5) - 4M_\Delta^2}{2v_\phi^2\lambda_1 - M_\Delta^2 - 2v_\Delta^2(\lambda_2 + \lambda_3)}.$$

Mass spectrum

$$M_\Delta{}^2 \equiv \frac{v_\phi{}^2 \mu}{\sqrt{2} v_\Delta}$$

$$m_{H^{++}}^2 = M_\Delta^2 - \lambda_3 v_\Delta^2 - \frac{1}{2}\lambda_5 v_\Phi^2$$

$$m_{H^+}^2 = (M_\Delta^2 - \frac{1}{4}\lambda_5 v_\Phi^2)(1 + 2\frac{v_\Delta^2}{v_\Phi^2})$$

$$m_A^2 = M_\Delta^2 (1 + 4\frac{v_\Delta^2}{v_\Phi^2})$$

$$\begin{aligned} m_H^2 = (M_{cp-even}^2)_{11} \sin^2\alpha + (M_{cp-even}^2)_{22}\cos^2\alpha \\ + (M_{cp-even}^2)_{12}\sin 2\alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_h^2 = (M_{cp-even}^2)_{11} \cos^2\alpha + (M_{cp-even}^2)_{22}\sin^2\alpha \\ - (M_{cp-even}^2)_{12}\sin 2\alpha \end{aligned}$$

$$(M_{cp-even}^2) = \begin{pmatrix} 2\lambda_1 v_\Phi^2 & -M_\Delta^2 \frac{2v_\Delta}{v_\Phi} + (\lambda_4 + \lambda_5) v_\Phi v_\Delta \\ -M_\Delta^2 \frac{2v_\Delta}{v_\Phi} + (\lambda_4 + \lambda_5) v_\Phi v_\Delta & M_\Delta^2 + 2(\lambda_2 + \lambda_3) v_\Delta^2 \end{pmatrix}$$

$$v = \sqrt{v_\Phi^2 + 2v_\Delta^2} = 246\mathrm{GeV}$$

$$\xi \equiv m_{H^{++}}^2 - m_{H^+}^2 = m_{H^+}^2 - m_A^2,$$

$$\Delta m \equiv m_{H^+} - m_{\text{lightest}}, \quad \text{with} \quad m_H = m_A$$

標準模型のくりこみ

➢ 運動項

$$\boxed{\rho = \frac{m_W{}^2}{m_Z{}^2 \cos^2\theta_W} = 1}$$

- ラグランジアンのパラメーター ・・・ g, g', v
- 物理的なパラメーター ・・・ $m_W, m_Z, \sin\theta_W, G_F, \alpha_{em}$.

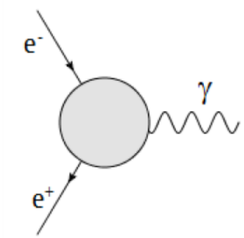
$$\boxed{\begin{aligned} \sin^2\theta_W &= 1 - \frac{m_W^2}{m_Z^2}, \\ G_F &= \frac{\pi\alpha_{em}}{\sqrt{2} m_W^2 \sin^2\theta_W} \end{aligned}}$$

- カウンターターム ・・・ $\delta m_W, \delta m_Z, \delta s_W, \delta G_F, \delta\alpha_{em}$,

- くりこみ条件 ・・・ $Re\Pi_{WW}(p^2)|_{p^2=m_W^2} = 0,$ $\quad \delta m_W^2 = Re\Pi_{WW}^{1PI}(m_W^2),$

$$Re\Pi_{ZZ}(p^2)|_{p^2=m_Z^2} = 0, \qquad \delta m_Z^2 = Re\Pi_{ZZ}^{1PI}(m_Z^2),$$

On-shell条件



$$\Big|_{p^2=0} = -ie\gamma^\mu$$

$$\frac{\delta\alpha_{em}}{\alpha_{em}} = \frac{d}{dp^2}\Pi_{\gamma\gamma}^{1PI}(p^2)|_{p^2=0} - \frac{2s_W}{c_W}\frac{\Pi_{\gamma Z}^{1PI}(0)}{m_Z^2}$$

- カウンタータームの決め方

ツリーレベル関係式

$$\sin^2\theta_W = 1 - \frac{m_W^2}{m_Z^2},$$

$$\Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta s_W^2}{s_W^2} &= \frac{c_W^2}{s_W^2}\left(\frac{\delta m_Z^2}{m_Z^2} - \frac{\delta m_W^2}{m_W^2}\right) \\ &= \frac{c_W^2}{s_W^2}\left(\frac{Re\Pi_{ZZ}^{1PI}[m_Z^2]}{m_Z^2} - \frac{Re\Pi_{WW}^{1PI}[m_W^2]}{m_W^2}\right). \end{aligned}$$

T. Blank, W. Hollik (1998), S. Kanemura, K. Yagyu (2012), P. H. Chankowski, S. Pokorski, J. Wagner, (2007); M. -C. Chen, S. Dawson, C. B. Jackson (2008).

三重項模型のくりこみ

$$\rho = \frac{{m_W}^2}{{m_Z}^2 \cos^2\theta_W} \neq 1$$

➢ In the gauge sector

- ラグランジアンのパラメーター ・・・ g, g', v, v_Δ,
- 物理的なパラメーター ・・・ $m_W, m_Z, \sin\theta_W, G_F, \alpha_{em}$.
- カウンターターム ・・・ $\delta m_W, \delta m_Z, \delta s_W, \delta G_F, \delta\alpha_{em}$,
- くりこみ条件 ・・・ $\delta m_W, \delta m_Z, \delta\alpha_{em}$ の決め方はρ≠1の理論と同じ。

標準模型との違い

$$\left(\sin^2\theta_W \neq 1 - \frac{{m_W}^2}{{m_Z}^2}\right)$$

付加的なくりこみ条件が必要となる！

- θ_W はβ'(mixing angle among CP-odd scalar fields) に置き換えることができる。

$$\cos\theta_W{}^2 = \frac{2{m_W}^2}{{m_Z}^2(1+\cos\beta'^2)}$$

- $\delta\sin^2\theta_W\,(\delta {s_W}^2)$ は $\cos\theta_W{}^2 = \frac{2{m_W}^2}{{m_Z}^2(1+\cos\beta'^2)}$ から決める。
- $\delta\beta'$ はヒッグスポテンシャルのくりこみで決める。

$$\begin{aligned}\delta\bar{s}_W^2 &= -\delta\bar{c}_W^2 \\ &= \frac{2m_W^2}{m_Z^2(1+c_{\beta'}^2)}\left(\frac{\delta m_Z^2}{m_Z^2} - \frac{\delta m_W^2}{m_W^2} - \frac{2s_{\beta'}c_{\beta'}}{(1+c_{\beta'}^2)}\delta\beta'\right)\end{aligned}$$

ヒッグスポテンシャルのくりこみ

➢ ヒッグスポテンシャル

(α: CP- evenヒッグス場の混合角,
β: 単荷電ヒッグス場の混合角)

- パラメーター ・・・ $v, \alpha, \beta, \beta', m_{H\pm\pm}, m_{H\pm}, m_A, m_H, m$

➢ カウンターターム

$\delta v, \delta\alpha, \delta\beta, \delta\beta', \delta m_{H++}{}^2, \delta m_{H+}{}^2, \delta m_A{}^2, \delta m_h{}^2, \delta m_H{}^2$

タドポール: $\delta T_{\varphi}, \delta T_{\Delta},$

波動関数くりこみ : $\delta Z_h, \delta Z_H, \delta Z_A, \delta Z_{G0}, \delta Z_{H+}, \delta Z_{G+}, \delta Z_{H++}, \delta C_{hH}, \delta C_{AG0}, \delta C_{H+G+}$

➢ くりこみ条件

$\Pi_{\varphi\varphi}[p^2]$ = 

$\delta m_{\varphi}{}^2$ ・・・ $\Pi_{\varphi\varphi}[m_{\varphi}{}^2] = 0,$

δv ・・・ ゲージ相互作用のくりこみ, $v^2 = \dfrac{m_W{}^2 \sin^2\theta_W}{\pi^2 \alpha_{em}}$, ➡ $\dfrac{\delta v}{v} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\delta m_W^2}{m_W^2} - \dfrac{\delta\alpha_{\rm em}}{\alpha_{\rm em}} + \dfrac{\delta \bar{s}_W^2}{\bar{s}_W^2}\right)$

$\delta\alpha$ ・・・ $\Pi_{Hh}[m_h{}^2] = 0, \Pi_{Hh}[m_H{}^2] = 0,$ on-shellで場の混合が無い

$\delta\beta'$ ・・・ $\Pi_{AG}[m_A{}^2] = 0, \Pi_{AG}[m_G{}^2] = 0,$ on-shellで場の混合がない

$\delta\beta$ ・・・ $\delta\beta = \dfrac{1 + s_\beta^2}{\sqrt{2}}\delta\beta',$ ⬅ $\tan\beta = \dfrac{\sqrt{2}v_\Delta}{v_\phi}, \quad \tan\beta' = \dfrac{2v_\Delta}{v_\phi},$

hWW

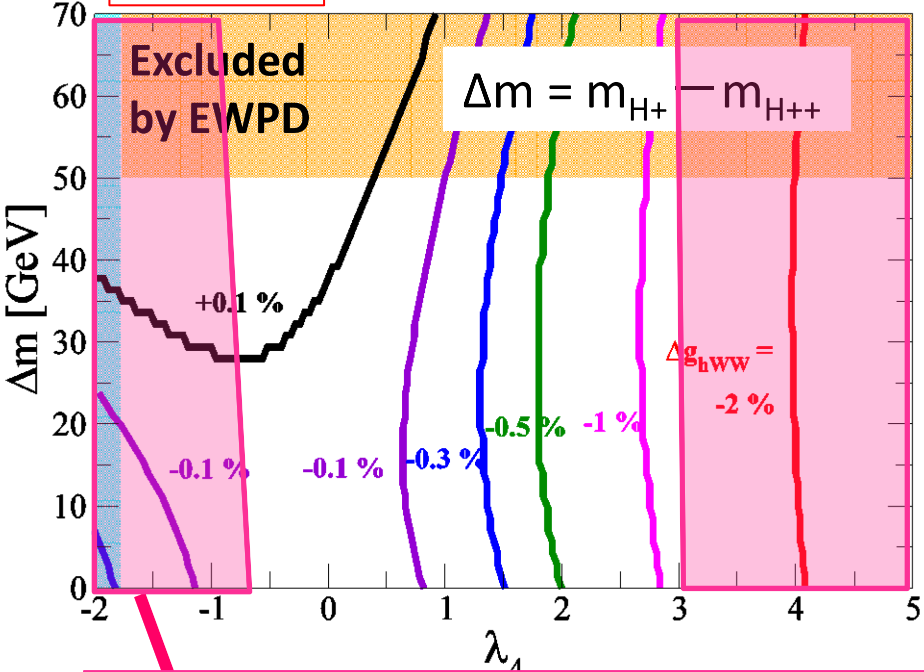
- 結合定数の標準模型の予言からのずれを評価する

$$\Delta g_{hVV} \equiv \frac{\mathrm{Re}M_1^{hVV} - \mathrm{Re}M_1^{hVV}(\mathrm{SM})}{\mathrm{Re}M_1^{hVV}(\mathrm{SM})}$$

$$\Delta g_{hWW} \simeq -\frac{v^2}{32\pi^2}\left[\frac{\lambda_4{}^2}{6m_{H++}{}^2} + \frac{\left(\lambda_4+\frac{\lambda_5}{2}\right)^2}{6m_{H+}{}^2} + \frac{(\lambda_4+\lambda_5)^2}{6m_A{}^2} + \frac{(\lambda_4+\lambda_5)^2}{6m_H{}^2}\right] + \frac{1}{4\pi^2}\frac{2(c_W{}^2-s_W{}^2)}{3s_W{}^2}\left[\frac{(m_{H++}-m_{H+})^2}{v^2} + \frac{(m_{H+}-m_A)^2}{v^2}\right]$$

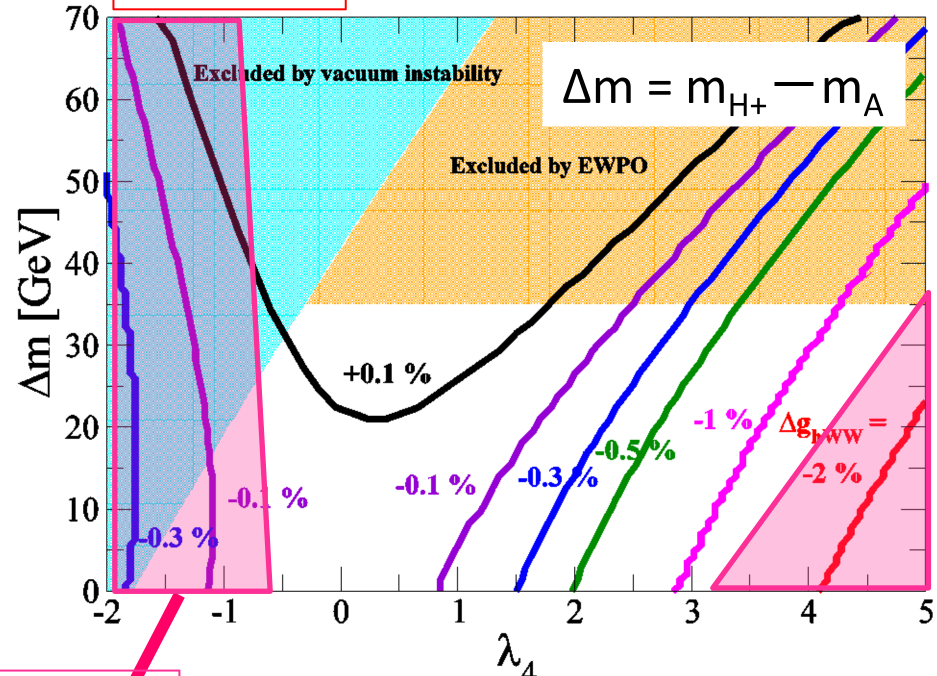
CaseI

m_{H++}=300GeV, v_Δ=1MeV



CaseII

m_A=300GeV, v_Δ=1MeV



LHCの$h \to \gamma\gamma$データから排除される領域

Δg_{hVV}は**1%**になることもあり得る。 → **ILCでずれを測定可能**

hhh

$$\Delta\Gamma_{hhh} \simeq \frac{v}{48\pi^2 m_h^2}\left(\frac{\lambda_{H^{++}H^{--}h}^{3}}{m_{H^{++}}^{2}} + \frac{\lambda_{H^{+}H^{-}h}^{3}}{m_{H^{+}}^{2}} + \frac{4\lambda_{hAA}^{3}}{m_A^{2}} + \frac{4\lambda_{hHH}^{3}}{m_H^{2}}\right)$$

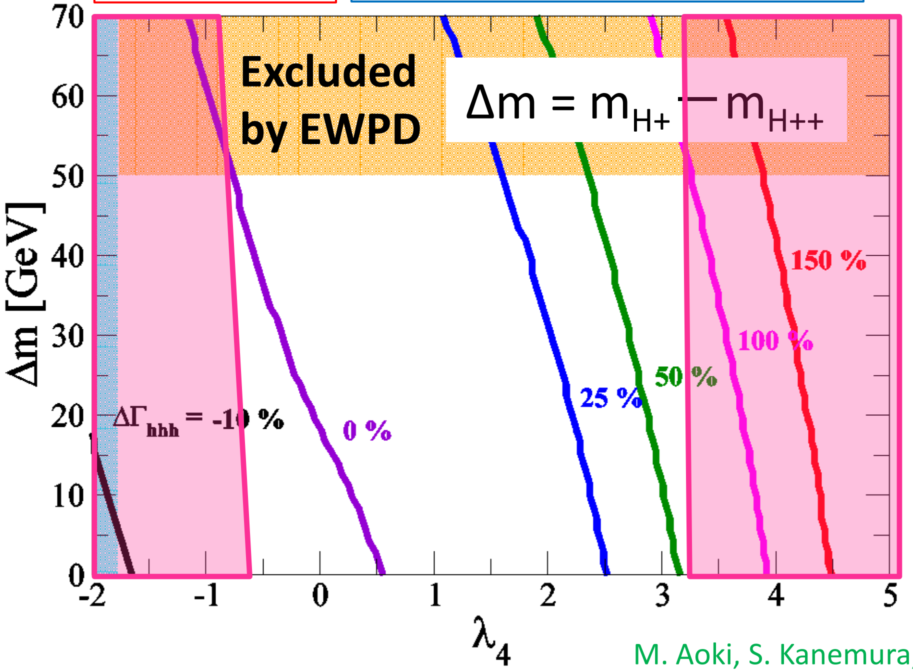
$$\simeq \frac{v^4}{48 m_h^2 \pi^2}\left[\frac{\lambda_4^{3}}{m_{H^{++}}^{2}} + \frac{\left(\lambda_4+\frac{\lambda_5}{2}\right)^3}{m_{H^{+}}^{2}} + \frac{(\lambda_4+\lambda_5)^3}{2m_A^{2}} + \frac{(\lambda_4+\lambda_5)^3}{2m_H^{2}}\right]$$

$$\Delta\Gamma_{hhh} \equiv \frac{\mathrm{Re}\Gamma_{hhh} - \mathrm{Re}\Gamma_{hhh}^{\mathrm{SM}}}{\mathrm{Re}\Gamma_{hhh}^{\mathrm{SM}}}$$

CaseI

$\lambda_5 \geq 0$

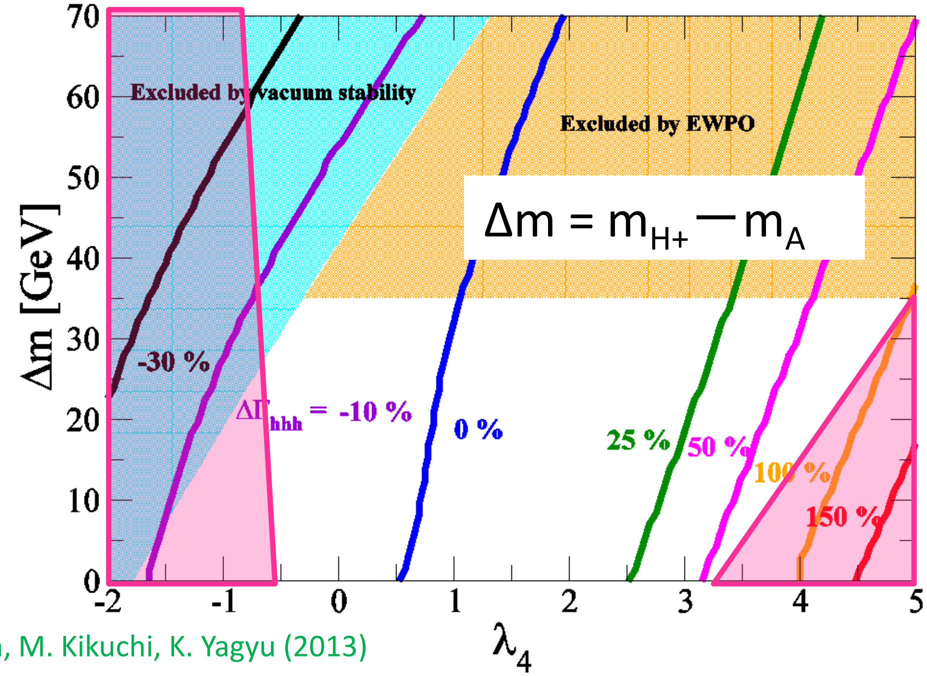
$m_{H^{++}}$=300GeV, v_Δ=1MeV



CaseII

$\lambda_5 \leq 0$

m_A=300GeV, v_Δ=1MeV



M. Aoki, S. Kanemura, M. Kikuchi, K. Yagyu (2013)

Δg_{hhh}は50%の値になることもあり得る ⇒ ILCでずれを測定可能

Input data

$$
\begin{aligned}
&\alpha_{\rm em}^{-1} = 137.035989, \qquad \Delta\alpha_{\rm ferm} = 0.06635, \\
&G_F = 1.16637 \times 10^{-5} \,(\qquad\qquad .1876\ \text{GeV}, \\
&\alpha_s = 0.118, \qquad m_t = 173.5\ \text{GeV}, \\
&m_b = 4.7\ \text{GeV}, \qquad m_h = 126\ \text{GeV}, \qquad (86)
\end{aligned}
$$

- Input parameters in triplet fields

We select $m_{lightest}$ and Δm as input parameters.

$$
\xi \equiv m_{H^{++}}^2 - m_{H^+}^2 = m_{H^+}^2 - m_A^2, \simeq -\frac{\lambda_5}{4}v^2
$$

$$
\Delta m \equiv m_{H^+} - m_{\rm lightest}, \quad \text{with} \quad m_H = m_A,
$$

Global symmetries

This potential respects additional global symmetries in some limits.

$$
\begin{aligned}
V_{Higgs} &= m^2\Phi^\dagger\Phi + M^2 Tr(\Delta^\dagger\Delta) + [\mu\Phi^T i\tau_2\Delta^\dagger\Phi + h.c.] \\
&+ \lambda_1(\Phi^\dagger\Phi)^2 + \lambda_2[Tr(\Delta^\dagger\Delta)]^2 + \lambda_3 Tr(\Delta^\dagger\Delta)^2 \\
&+ \lambda_4(\Phi^\dagger\Phi)Tr(\Delta^\dagger\Delta) + \lambda_5\Phi^\dagger\Delta\Delta^\dagger\Phi
\end{aligned}
$$

- When the μ term is absent, there is the global U(1) symmetry in the potential.
  This symmetry conserves the lepton number.

Mass formula appear in this limit.

$$\xi \equiv m_{H^{++}}^2 - m_{H^+}^2 = m_{H^+}^2 - m_A^2,$$

$$\Delta m \equiv m_{H^+} - m_{\text{lightest}}, \quad \text{with} \quad m_H = m_A$$

- When both the μ term and the λ5 term are zero, an additional global SU(2) symmetry appears.
  This is the symmetry which rotate the doublet field and the triplet field with different angle.

In this case, all triplet-like Higgs bosons are degenerate in mass.

くりこまれたEWパラメーター（SM）

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{e_0^2}{8S_{W0}^2 m_{W0}^2}\left[1 + \frac{\Sigma^W(0)}{m_W^2} + (\text{box vertex digramas})\right]$$

$$e_0^2 = (e+\delta e)^2 = e^2\left(1 + 2\frac{\delta e}{e}\right),$$

$$m_{W0}^2 = m_W^2\left(1 + \frac{\delta m_W^2}{m_W^2}\right),$$

$$s_{W0}^2 = s_W^2 + c_W^2\left(\frac{\delta m_Z^2}{m_Z^2} - \frac{\delta m_W^2}{m_W^2}\right)$$

$$\begin{aligned} m_W^2 s_W^2 &= \frac{\pi\alpha_{em}}{\sqrt{2}G_F}\frac{1}{1-\Delta r} \\ &= \frac{\pi\alpha_{em}}{\sqrt{2}G_F}(1+\Delta r). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_W^2\left(1 - \frac{m_W^2}{m_Z^2}\right) &= \frac{\pi\alpha_{em}}{\sqrt{2}G_F}\frac{1}{1-\Delta r}, \\ m_W^2 &= \frac{m_Z^2}{2}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{4\pi\alpha_{em}}{\sqrt{2}G_F m_W^2(1-\Delta r)}}\right). \\ \delta s_W^2 &= \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4\pi\alpha_{em}}{\sqrt{2}G_F m_W^2(1-\Delta r)}}\right). \end{aligned}$$

くりこまれたEWパラメーター（HTM）

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{e_0^2}{8S_{W0}^2 m_{W0}^2}\left[1 + \frac{\Sigma^W(0)}{m_W^2} + (\text{box vertex digramas})\right]$$

$$e_0^2 = (e+\delta e)^2 = e^2\left(1 + 2\frac{\delta e}{e}\right),$$

$$m_{W0}^2 = m_W^2\left(1 + \frac{\delta m_W^2}{m_W^2}\right),$$

$$\bar{c}_W^2 = \frac{m_W^2}{m_Z^2}\frac{1+\frac{4v_\Delta^2}{v_{\phi^2}}}{1+\frac{2v_\Delta^2}{v_\phi^2}} = \frac{2m_W^2}{m_Z^2(1+c_{\beta'}^2)}$$

$$\begin{aligned}\delta\bar{s}_W^2 &= -\delta\bar{c}_W^2 \\ &= \frac{2m_W^2}{m_Z^2(1+c_{\beta'}^2)}\left(\frac{\delta m_Z^2}{m_Z^2} - \frac{\delta m_W^2}{m_W^2} - \frac{2s_{\beta'}c_{\beta'}}{(1+c_{\beta'}^2)}\delta\beta'\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}m_W^2 s_W^2 &= \frac{\pi\alpha_{em}}{\sqrt{2}G_F}\frac{1}{1-\Delta r} \\ &= \frac{\pi\alpha_{em}}{\sqrt{2}G_F}(1+\Delta r).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta r_{\text{HTM}} = {} & \frac{d}{dp^2}\Pi_{\gamma\gamma}^{1PI}[0] - \frac{2\bar{s}_W}{\bar{c}_W}\frac{\Pi_{\gamma Z}^{1PI}[0]}{m_Z^2} + \frac{Re\Pi_{WW}^{1PI}[0]}{m_W^2} - \frac{Re\Pi_{WW}^{1PI}[m_W^2]}{m_W^2} \\ & -\frac{\bar{c}_W^2}{\bar{s}_W^2}\left(\frac{Re\Pi_{ZZ}^{1PI}[m_Z^2]}{m_Z^2} - \frac{Re\Pi_{WW}^{1PI}[m_W^2]}{m_W^2} - \frac{2s_{\beta'}c_{\beta'}}{1+c_{\beta'}^2}\delta\beta'\right)\end{aligned}$$

$$m_W^2 = \frac{m_Z^2}{4}(1-c_{\beta'}^2)\left(1 + \sqrt{1 - \frac{8\pi\alpha_{em}}{(1+c_{\beta'}^2)\sqrt{2}G_F(1-\Delta r_{\text{HTM}})m_Z^2}}\right)$$

Yukawa couplings *hff*

Effects of the mixing (α, tanβ) change Yukawa couplings of *h*

Type-II

$hbb \propto \sin(\beta-\alpha) - \tan\beta \cos(\beta-\alpha)$

$h\tau\tau \propto \sin(\beta-\alpha) - \tan\beta \cos(\beta-\alpha)$

Type-X

$hbb \propto \sin(\beta-\alpha) + \cot\beta \cos(\beta-\alpha)$

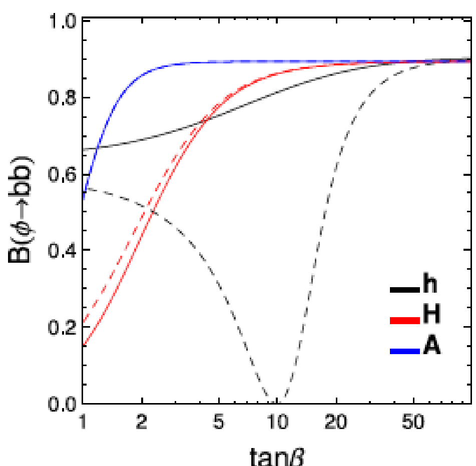
$h\tau\tau \propto \sin(\beta-\alpha) - \tan\beta \cos(\beta-\alpha)$

	Φ_1	Φ_2	u_R	d_R	ℓ_R	Q_L, L_L
Type I	+	−	−	−	−	+
Type II (SUSY)	+	−	−	+	+	+
Type X (Lepton-specific)	+	−	−	−	+	+
Type Y (Flipped)	+	−	−	+	−	+

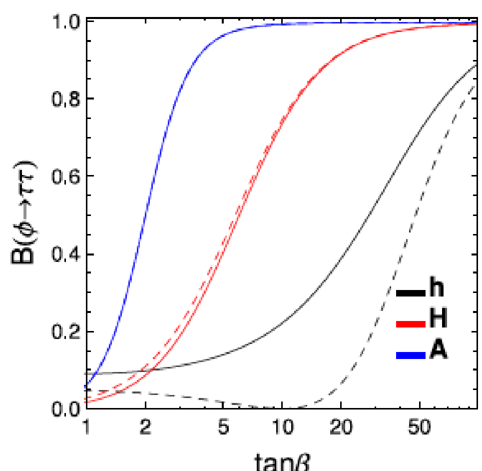
	ξ_h^u	ξ_h^d	ξ_h^ℓ
Type-I	c_α/s_β	c_α/s_β	c_α/s_β
Type-II	c_α/s_β	$-s_\alpha/c_\beta$	$-s_\alpha/c_\beta$
Type-X	c_α/s_β	c_α/s_β	$-s_\alpha/c_\beta$
Type-Y	c_α/s_β	$-s_\alpha/c_\beta$	c_α/s_β

Coefficient of *hff*

Nearly SM-like case: $\sin^2(\beta-\alpha)=0.99$



Type II

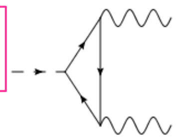


Type X

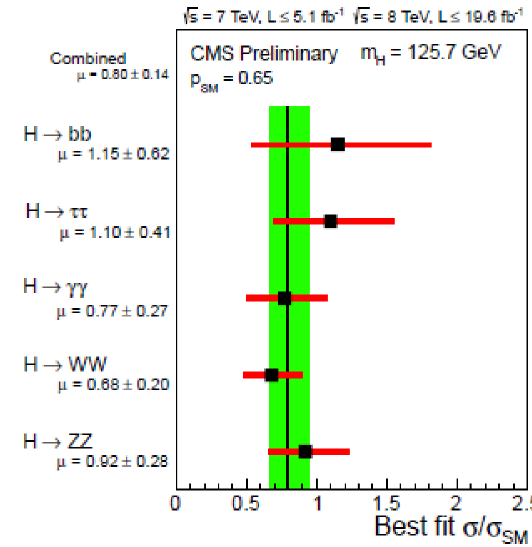
S.K., K. Tsumura, H. Yokoya 2013

SMライクなヒッグス場の結合定数

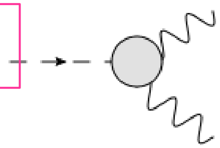
Γ(*h*→ɤɤ)



- *hɤɤ* は1ループプロセス ⇒ **ループする新粒子の効果をみつけやすい。**
- LHCでの測定結果がすでにおもしろいことになっている。

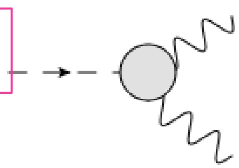


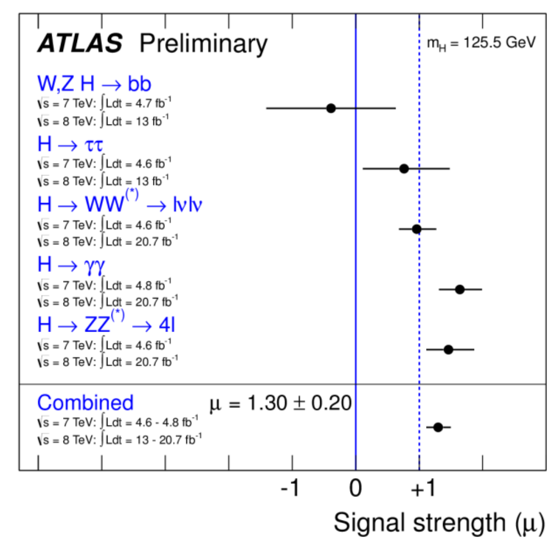
hZZ



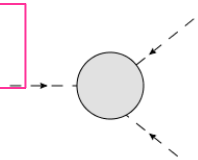
- ***hWW* and *hZZ* はゲージ結合**
  ⇒EWSBの本質が現れる。
  だから重要

hWW





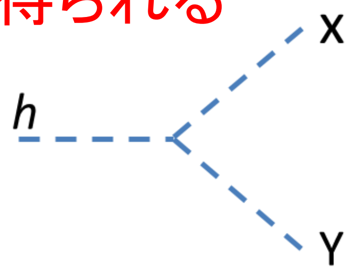
hhh



- ***hhh*はヒッグスポテンシャルの形を表すパラメーターである。だから重要**

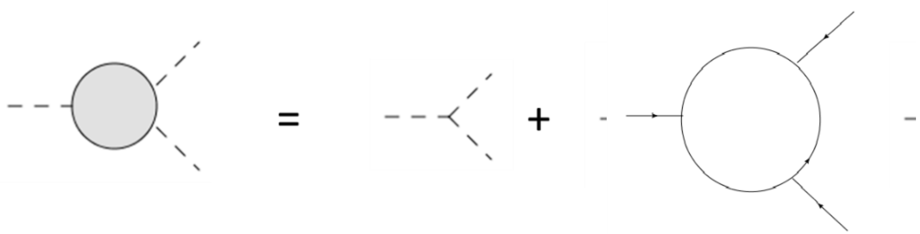
量子補正の研究

- 標準模型の枠内でもあらわれる場の結合定数からでも、新物理模型の情報は得られる



仮想粒子がループする効果も考慮する ・・・ 摂動計算

量子補正



ループする粒子が模型によって異なるので、量子補正の効果は模型を同定するために重要になってくる！！

ヒッグス三重項模型ならば、$H^{\pm\pm}$, $H^{\pm}$, A, Hがループする効果が表れる！

質量スペクトルの補正

トリプレット場の質量二乗差の比 *R*

$$R=\frac{m_{H++}^2-m_{H+}^2}{m_{H+}^2-m_A^2}=1+\mathcal{O}(\frac{v_\Delta^2}{v_\Phi^2})\rightarrow 1 \quad \boxed{v_\Delta^2 \ll v_\Phi^2}$$

$(m_A{}^2)_{tree}$は$m_{H++}{}^2$と$m_{H+}{}^2$から決まる

$$(m_A^2)_{tree}=2m_{H+}^2-m_{H++}^2$$

A のループレベルでのポール質量は予言量

$$\boxed{(m_A^2)_{pole}=(m_A^2)_{tree}-\frac{\delta T_\Delta}{v_\Delta}+\delta m_A^2-\Pi_A^{1PI}((m_A^2)_{tree})}$$

One-loop 補正によるR = 1 からのずれΔR

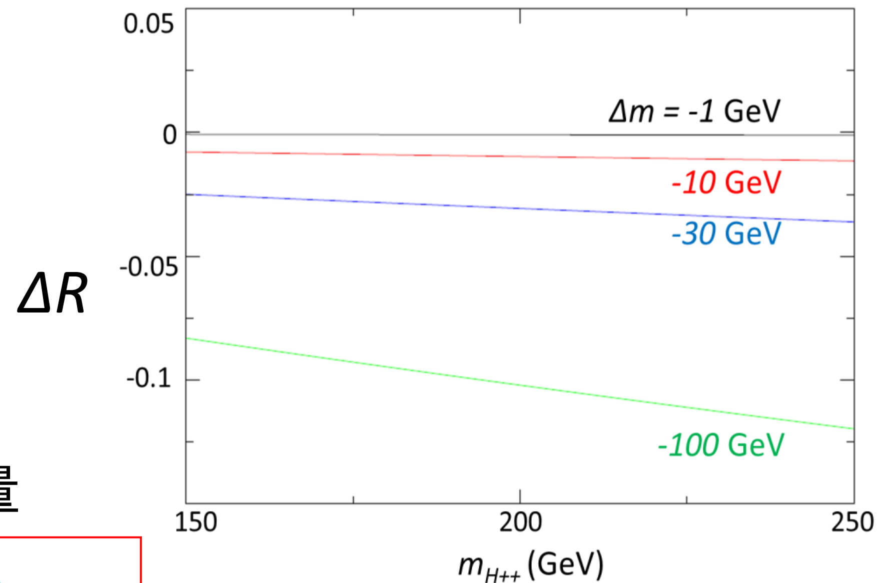
$$\boxed{\Delta R=\frac{m_{H++}^2-m_{H+}^2}{m_{H+}^2-(m_A^2)_{pole}}-1}$$

$$\Delta R=\frac{1}{m_{H++}^2-m_{H+}^2}[\Pi_{H++H--}^{1PI}(m_{H++}^2)-2\Pi_{H+H+}^{1PI}(m_{H+}^2)+\Pi_{AA}^{1PI}((m_A^2)_{tree})]$$

m_h=125GeV , α=0

Δm = m_{H++} - m_{H+}

Case Ⅰ



電弱パラメーターの結果から示唆される質量領域
m_{H++}～O(100)GeV,　|Δm|～100GeV
では、R値は十分大きな補正を予言する。模型の検証が可能

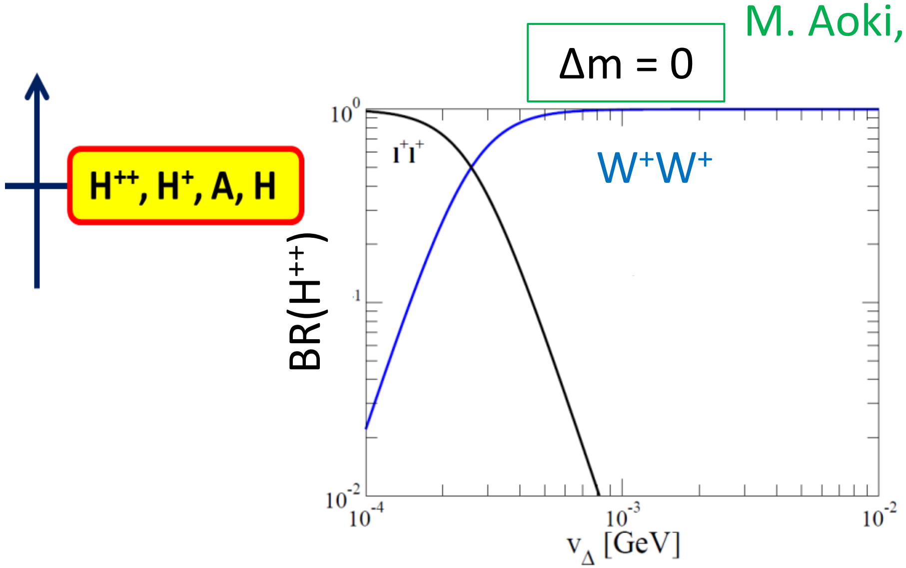
現象論

三重項ライクなヒッグスボソンの現象論は様々研究されている。
とくにH++は特徴的な粒子である。

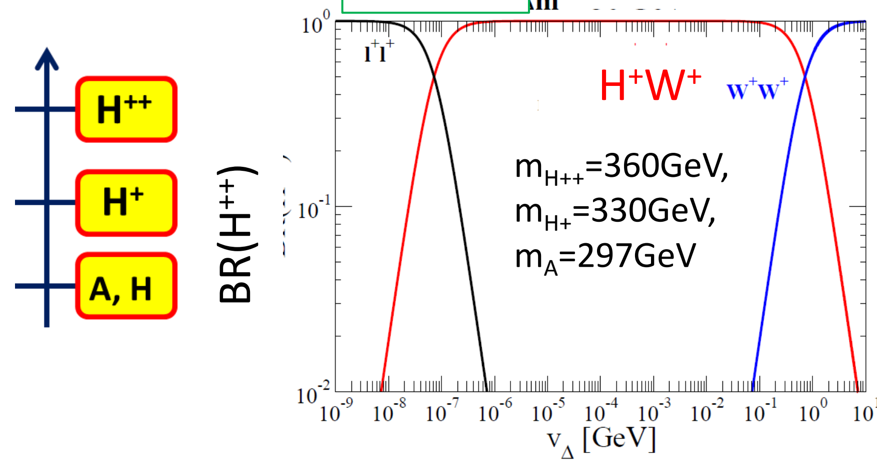
M. Muhlleitner, M. Spira (2003); M. Kakizaki, Y. Ogura, F. Shima, (2003); M. Kadastik, M. Raidal, and L. Rebane,(2008); J. Garayoa, T. Schwetz, (2008); A. G. Akeroyd, M. Aoki, H. Sugiyama, (2008); A.G. Akeroyd, C.W. Chiang,(2009); F. del Aguila, J. A.Aguilar Saavedra,(2009); A.G. Akeroyd, C.W. Chiang, and N. Gaur, (2010); A.G. Akeroyd, C.-W. Chiang,(2010); P. F. Perez, T. Han, G.-y. Huang, T. Li, K. Wang,(2008); M. Aoki, S. Kanemura, K. Yagyu,(2012).・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

三重項ライクヒッグスボソンの崩壊プロセスはv_ΔとΔm に依存する。

M. Aoki, S. Kanemura, K. Yagyu,(2012).



CaseII (Δm≃30GeV)



$H^{++} \to l^+l^+ \quad \Rightarrow \quad m_{H++} > 400\text{GeV}$

LHC data

$H^{++} \to W^+W^+ \quad \Rightarrow \quad m_{H++} > 65\text{GeV}$

$H^{++} \to H^+W^+ \to H^0W^+W^+ \to bb\, W^+W^+$

Kanemura, Yagyu, Yokoya (2013)

ゲージ結合 *hVV*

$L = g\, v \sin(\beta-\alpha)\, hVV + g\, v \cos(\beta-\alpha)\, HVV$

- 他のヒッグスとの混合によって結合定数がかわる

$$\frac{g_{hVV}^{\mathrm{THDM}}}{g_{hVV}^{\mathrm{SM}}} = \sin(\beta-\alpha)$$

hVVとHVVでVEVを分けている

$g_{hVV}^2 + g_{HVV}^2 = g_V^2$

SMライクな場合
$\sin^2(\beta-\alpha) \approx 1$

$\sin^2(\beta-\alpha)<1 \Leftrightarrow (g_{hVV}/g_{hVV}^{SM})^2 < 1$

- 高い表現のヒッグス場を含む模型

$(g_{hVV}/g_{hVV}^{SM})^2 > 1$ があり得る！！

三重項模型
Georgi-Machasek 模型
七重項模型, …

Hisano, Tsumura (2013)
Kanemura, MK, Yagyu (2013)

これが実験で確認されるとヒッグスセクターは高い表現を含むものと言える

ずれのパターンの例（ g_{hVV} and Y_{hff} ）

Model	μ	τ	b	c	t	g_V
Singlet mixing	↓	↓	↓	↓	↓	↓
2HDM-I	↓	↓	↓	↓	↓	↓
2HDM-II (SUSY)	↑	↑	↑	↓	↓	↓
2HDM-X (Lepton-specific)	↑	↑	↓	↓	↓	↓
2HDM-Y (Flipped)	↓	↓	↑	↓	↓	↓

cos(β-α) < 0

１重項模型と2HDM-I の湯川結合のずれの方向は同じ、
しかし、ゲージ結合ではずれ方が異なる

Y_{hff}/g_V=1 in the singlet model
Y_{hff}/g_V ≠1 in the 2HDM-I

三重項模型では, クォーク湯川結合はほとんどずれない ,

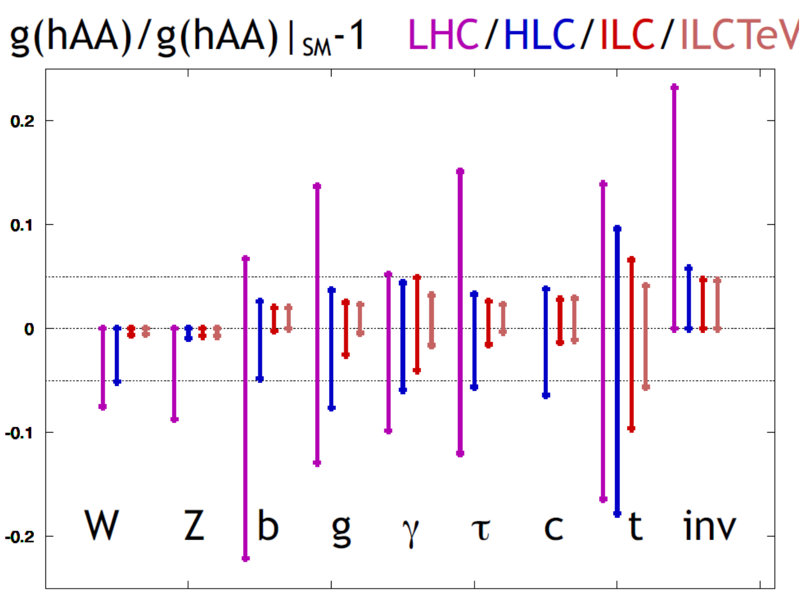
g_V は1より大きくなり得る

拡張ヒッグス模型は *hVV* と *hff* の標準模型の予言値からのズレのパターンを評価することで区別することができる！

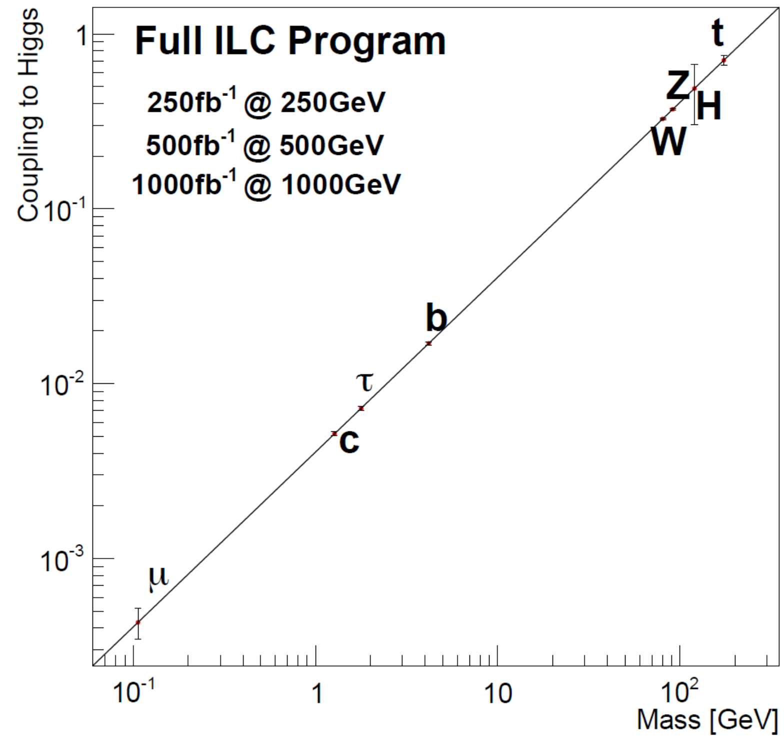
International Linear Collider

ILCではヒッグスの結合定数が数%という精度で測定されることが期待される

hhh はおよそ20%の精度



M. Peskin, 2012



拡張ヒッグス模型はの*hVV* と *hff* の標準模型の予言値からのズレのパターンと精密測定の結果を比較することで真のヒッグスセクターの形の決定ができる