

ILC Damping Ring, Main Linac におけるビーム力学

20130722

久保浄 (KEK)

- ビーム力学の基礎(準備)、ベータトロン振動
- Damping Ring, 低エミッタンスビームの生成
- Main Linac, 低エミッタンスの保存

ビーム力学の基礎

曲線直交座標

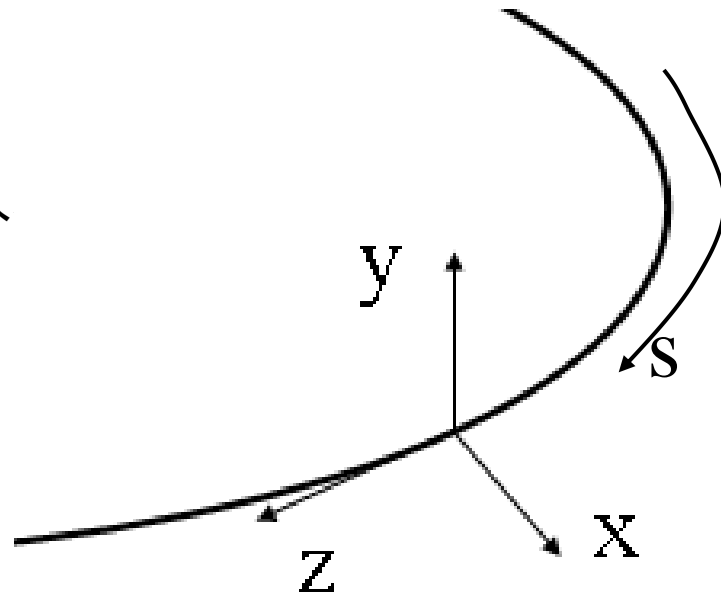
基準軌道はビーム粒子が近くを通るようにとる。(設計軌道)
水平面内にあるとする。

(そうでなくてもよいが、本質的でない面倒が生じるので。)

独立変数 s : 基準軌道に沿った行程

- z : 基準軌道の進む方向
- x : 基準軌道面内で z に垂直(外)
- y : 基準軌道面に垂直

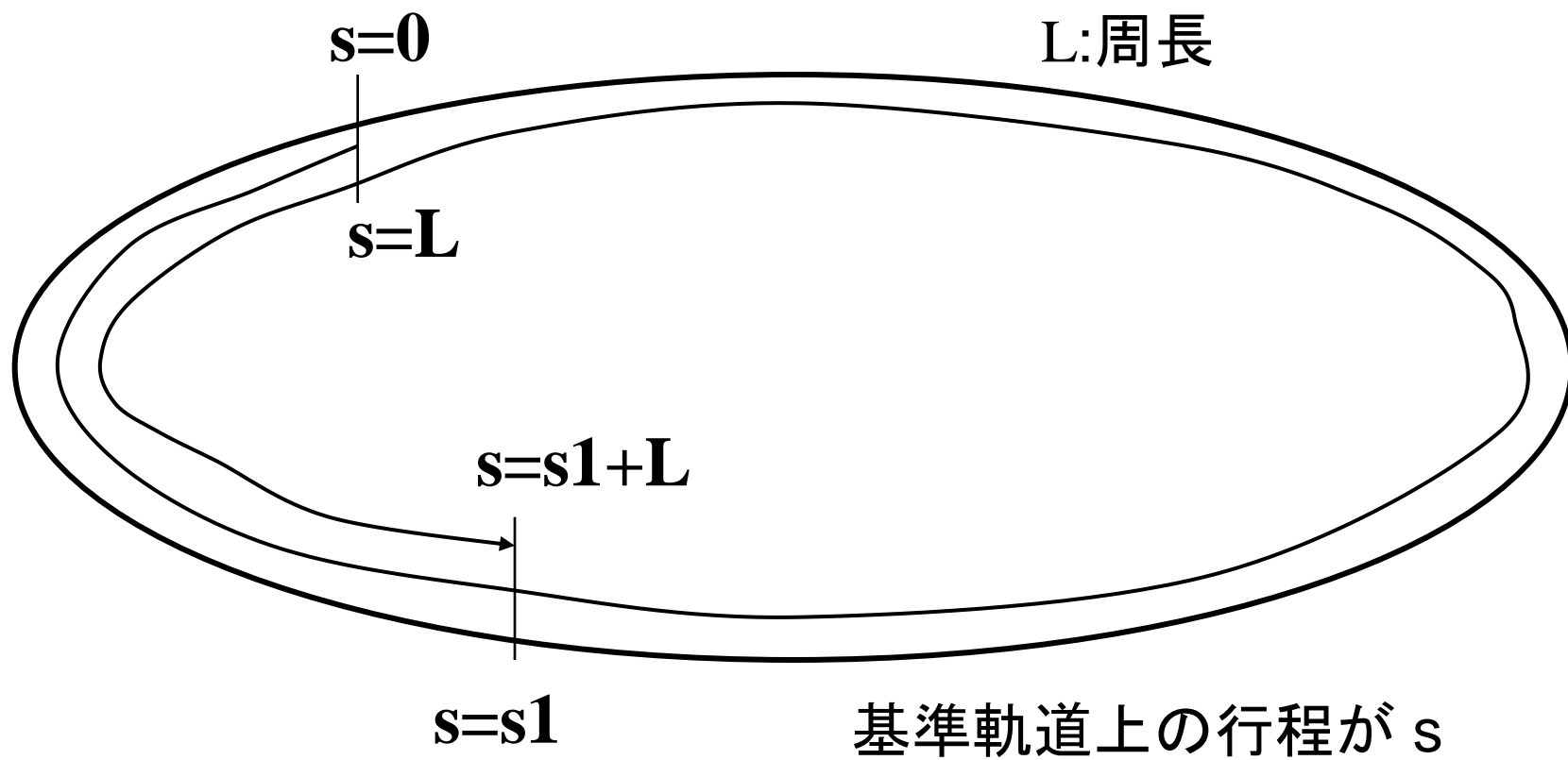
縦方向 : z 方向 (ビーム軸方向)
横方向 : 縦方向に垂直、 x, y



横方向の運動は、 (x, x', y, y') で記述される

$$f' \equiv df / ds$$

リングの場合



電磁場中の高エネルギービーム粒子の運動

電荷 e の受ける力:

$$\vec{F} = e\vec{E} + e\vec{v} \times \vec{B}$$

電場は加速(エネルギーを上げる)に使われるが、
粒子の軌道を制御するためには、ほとんど磁場ののみが使われる(例外あり)。

「ビーム」とは方向の揃った多数の粒子の集まり。

運動方向はほぼ基準軌道の進む方向(z方向)と考えてよい。 $p_z \gg p_y, p_x$

高エネルギー(超相対論的)

$$\vec{v} \approx c\vec{z}$$

$$x' = p_x / p_z \approx p_x / p_0 \quad (p_0 \equiv |\vec{p}|)$$

$$y' = p_y / p_z \approx p_y / p_0$$

$$x'' \approx F_x / p_0 \approx -ecB_y / p_0$$

$$y'' \approx F_y / p_0 \approx ecB_x / p_0$$

磁場の多重極展開

任意の横方向の磁場は多重極展開できる

$$\vec{B}_{\perp} = \sum_{n \geq 1} \vec{B}_{a,n} + \sum_{n \geq 1} \vec{B}_{b,n}$$

normal 2n-pole

$$\vec{B}_{a,n} = a_n \left\{ \vec{x} r^{n-1} \sin[(n-1)\theta] + \vec{y} r^{n-1} \cos[(n-1)\theta] \right\}$$

skew 2n-pole

$$\vec{B}_{b,n} = b_n \left\{ \vec{x} r^{n-1} \cos[(n-1)\theta] - \vec{y} r^{n-1} \sin[(n-1)\theta] \right\}$$

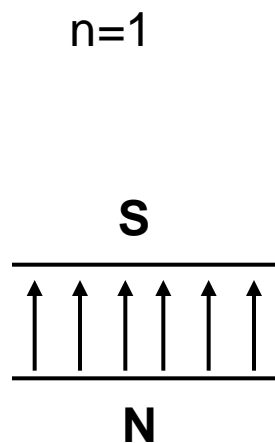
$$(x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta)$$

normal

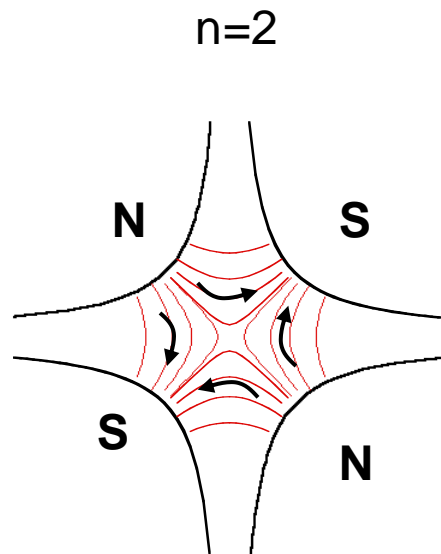
$$\vec{B}_{a,n} = a_n \left\{ \vec{x}r^{n-1} \sin[(n-1)\theta] + \vec{y}r^{n-1} \cos[(n-1)\theta] \right\}$$

加速器のほとんどの磁石は多重極の1個の成分のみを持つよう設計される。
(誤差などで、弱い余分な成分の磁場が生じる。)

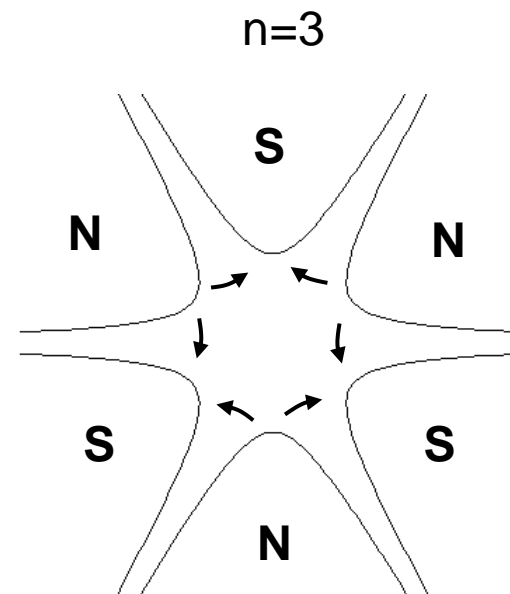
2極磁石



4極磁石



6極磁石



skew

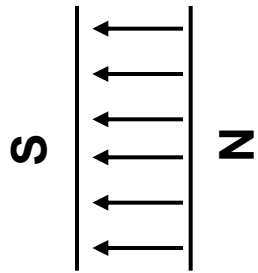
$$\vec{B}_{b,n} = b_n \left\{ \vec{x} r^{n-1} \cos[(n-1)\theta] - \vec{y} r^{n-1} \sin[(n-1)\theta] \right\}$$

2極磁石

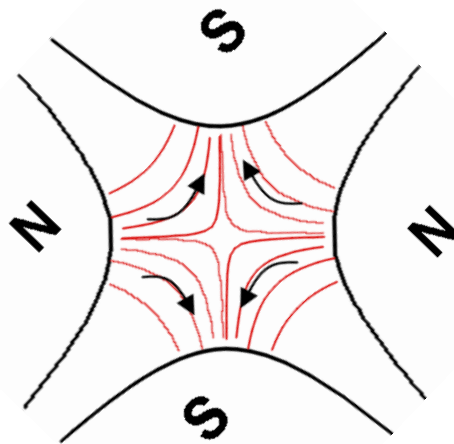
4極磁石

6極磁石

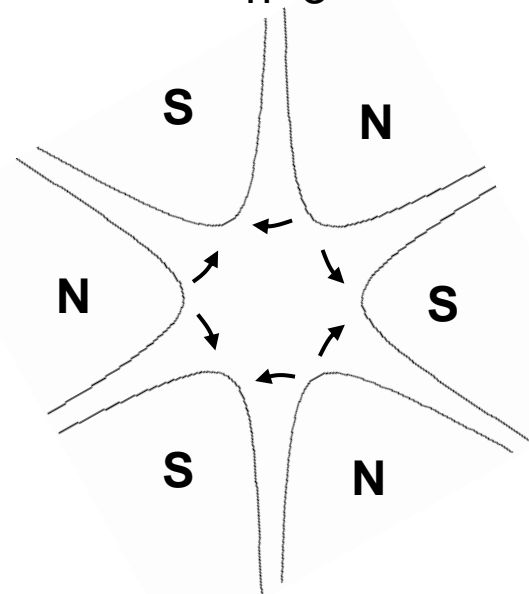
n=1



n=2



n=3



「normal」を $\pi/2n$ 回転させたもの

偏向磁石内のビーム粒子の運動

省略

- 「偏向磁石は基準軌道を変える」だけとする
- 実際は磁石の端で、収束・発散の効果が発生するが、ここでは無視

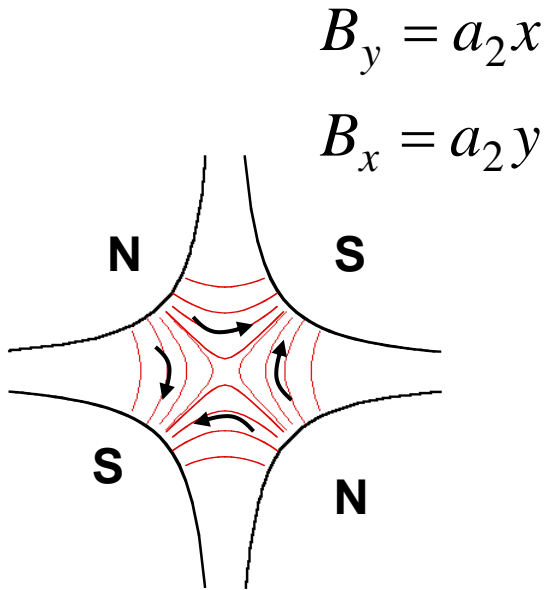
4極磁場中のビーム粒子の運動

運動方程式

$$\frac{dx'}{ds} = -\frac{ea_2}{p_0} x = -k(s)x$$

$$\frac{dy'}{ds} = \frac{ea_2}{p_0} y = k(s)y$$

線形



何も無い空間 ($k=0$) 中と4極磁場中の運動は線形

なぜビーム力学では線形近似が使われる

- ビームとは、方向と位置がよく揃った多数の粒子の集まり。
- 基準軌道(設計軌道)の近くを通る。

→ x, x', y, y' は全て小さい

- 高次の効果を常に無視してよいわけではない
- まず線形近似で計算し、高次の効果を補正として考慮するのが普通。

ビーム粒子の横方向の運動 ベータトロン振動

リング加速器の閉軌道 (Closed orbit)

粒子のエネルギー(設計エネルギーからのずれ)は一定とする

- 一周して元の位置、角度に戻ってくる軌道: 閉軌道
この軌道にある粒子は同じ軌道を回り続ける
- **閉軌道はエネルギーに依存**

$$x_{\text{CO}}(L+s) = x_{\text{CO}}(s)$$

$$x'_{\text{CO}}(L+s) = x'_{\text{CO}}(s)$$

s : distance along the beam line

L : circumference of the ring

(same for vertical)

閉軌道からのずれを x, y とする。

リング加速器の1自由度の線形運動

x - y カップリングなし、の線形近似。(ここでは x と書くが y も同様)
周期関数 $k(L+s) = k(s)$ として、

$$x'' + k(s)x = 0$$

という形の運動方程式が書ける。(「Hillの方程式」)

$$\Rightarrow x(s) = a\sqrt{\beta(s)} \cos(\phi(s) + \phi_0) \quad \text{という解になる}$$

$$\beta(s) = (d\phi/ds)^{-1} \longleftarrow \text{beta-function}$$

$$\beta(L+s) = \beta(s) : \text{common for all particles,}$$

$$a \text{ and } \phi_0 : \text{constant, different for different particles}$$

Hill の方程式の解は必ずこの形になる。

ϕ 、 β 、 a は全て実数(振動)

又は、全て純虚数(発散) ← こういう加速器は働かない

ベータトロン振動

$$x(s) = a\sqrt{\beta(s)} \cos(\phi(s) + \phi_0)$$

$$x'(s) = -\frac{a}{\sqrt{\beta(s)}} (\sin(\phi(s) + \phi_0) + \alpha(s) \cos(\phi(s) + \phi_0))$$

ϕ : 振動の位相

$\beta = d\phi / ds$: ベータ関数 : 振幅の s 依存を表す

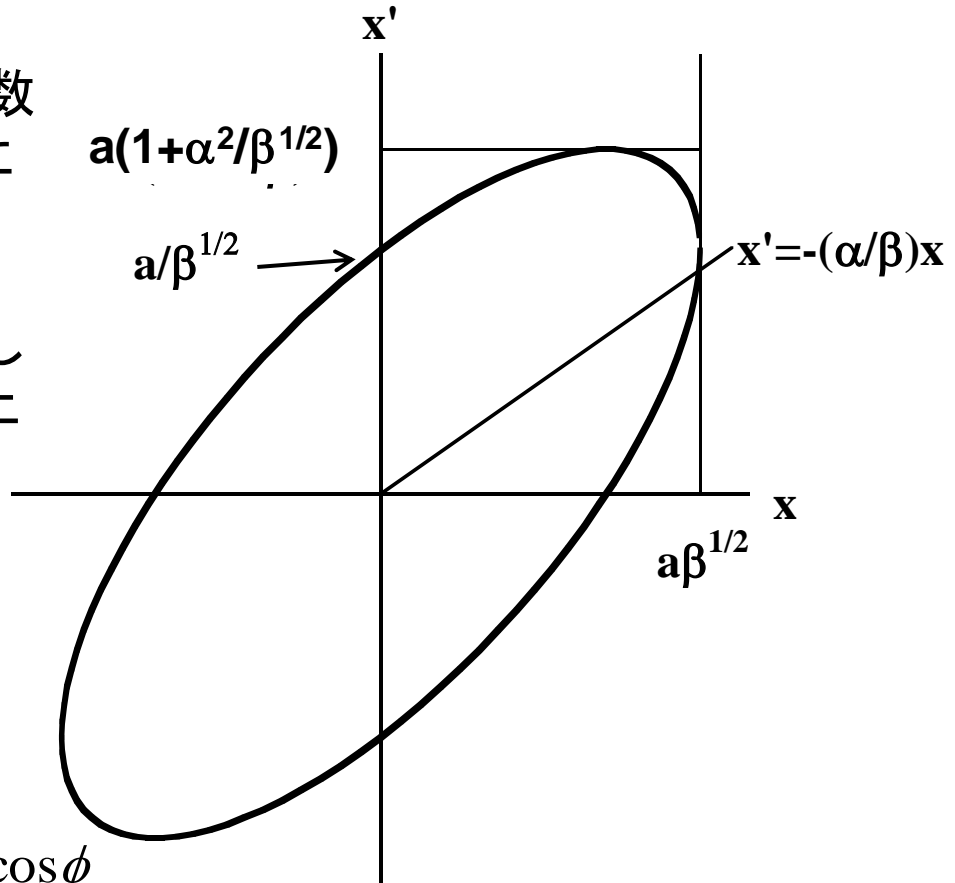
$$\alpha \equiv -\frac{1}{2} \frac{d\beta}{ds}$$

振幅と位相の進みが場所に依存する振動
閉軌道の周りで振動する

$x-x'$ 上の分布

ある場所での、 a が同じ多数の粒子の $x-x'$ は、楕円上にある。

ある場所での、何回も周回してくる粒子の $x-x'$ は、楕円上にある。



位相のみ変化

$$\begin{cases} x = a\sqrt{\beta} \cos \phi \\ x' = -\frac{a}{\sqrt{\beta}} (\sin \phi + \alpha \cos \phi) \end{cases}$$

Courant-Snyder 不変量

ベータatron振動の解の形から、以下は定数
(s によらない。初期条件 a のみで決まる。)

$$\left[\frac{1}{\beta} x^2 + \beta \left(x' + \frac{\alpha}{\beta} x \right)^2 \right] / 2 = \left(\frac{1 + \alpha^2}{\beta} x^2 + 2\alpha x x' + \beta x'^2 \right) / 2 = a^2 / 2$$

各粒子の不変量

エミッタンス – 不変量

$$\varepsilon_x \equiv \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2} \quad (\text{y も同様})$$

$\langle \rangle$: 全粒子の平均

線形運動では保存する。

$$\frac{d(\varepsilon^2)}{ds} = 0 \quad \text{であることが、}$$

$$x' = \frac{dx}{ds}, \quad \frac{d^2x}{ds^2} = -k(s)x \quad \text{から簡単に確かめられる}$$

全粒子を考えた場合の不変量

エミッタンス 2

エミッタンスはベータトロン振動の式から以下のようにも書ける

$$\varepsilon^2 = \langle a^2 \sin^2 \phi_0 \rangle \langle a^2 \cos^2 \phi_0 \rangle - \langle a^2 \sin \phi_0 \cos \phi_0 \rangle^2$$

a 、 ϕ_0 は粒子ごとに異なるパラメータ(初期条件)。
平均 $\langle \rangle$ はこれらについて取る。

ϕ_0 に定数(全粒子に対して共通)を加えてもこれが不変であることは、簡単に確かめられる。

エミッタンス、ビームサイズ、マッチング

ビームサイズ

$$\sigma(s) \equiv \sqrt{\langle x^2(s) \rangle} = \sqrt{\beta(s) \langle a^2 \cos^2(\phi(s) + \phi_0) \rangle}$$

一般には、同じ場所でも周回毎にビームサイズが異なる

ϕ_0 が0から 2π まで一様に分布している特別な場合

(a と ϕ_0 の間に相関関係がなく、独立に平均をとれる。)

同じベータ関数の場所なら同じビームサイズになる

$$\sigma(s) = a\sqrt{\beta(s)/2}$$

この場合。

$$\varepsilon = \langle a^2 / 2 \rangle \quad \text{エミッタンス} = \text{Courant-Snyder 不変量の平均}$$

$$\sigma = \sqrt{\varepsilon\beta}$$

マッチングのとれたビーム

$$\text{エミッタンス} \quad \varepsilon = \langle a^2 / 2 \rangle$$

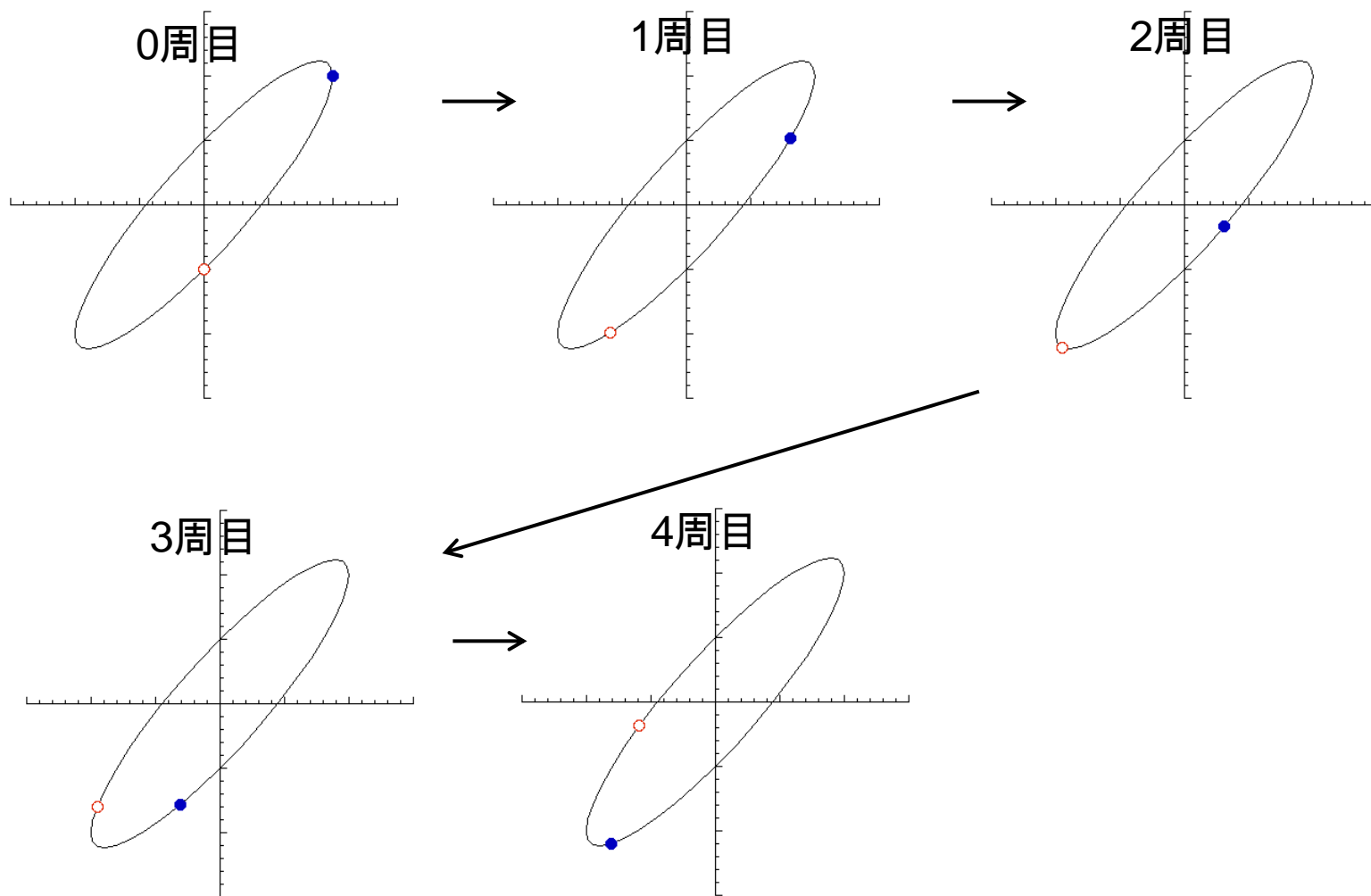
「マッチング」とは、
ビーム粒子の分布が、ビームラインの設計に合致している状態

$$\langle x^2 \rangle / \varepsilon = \beta$$

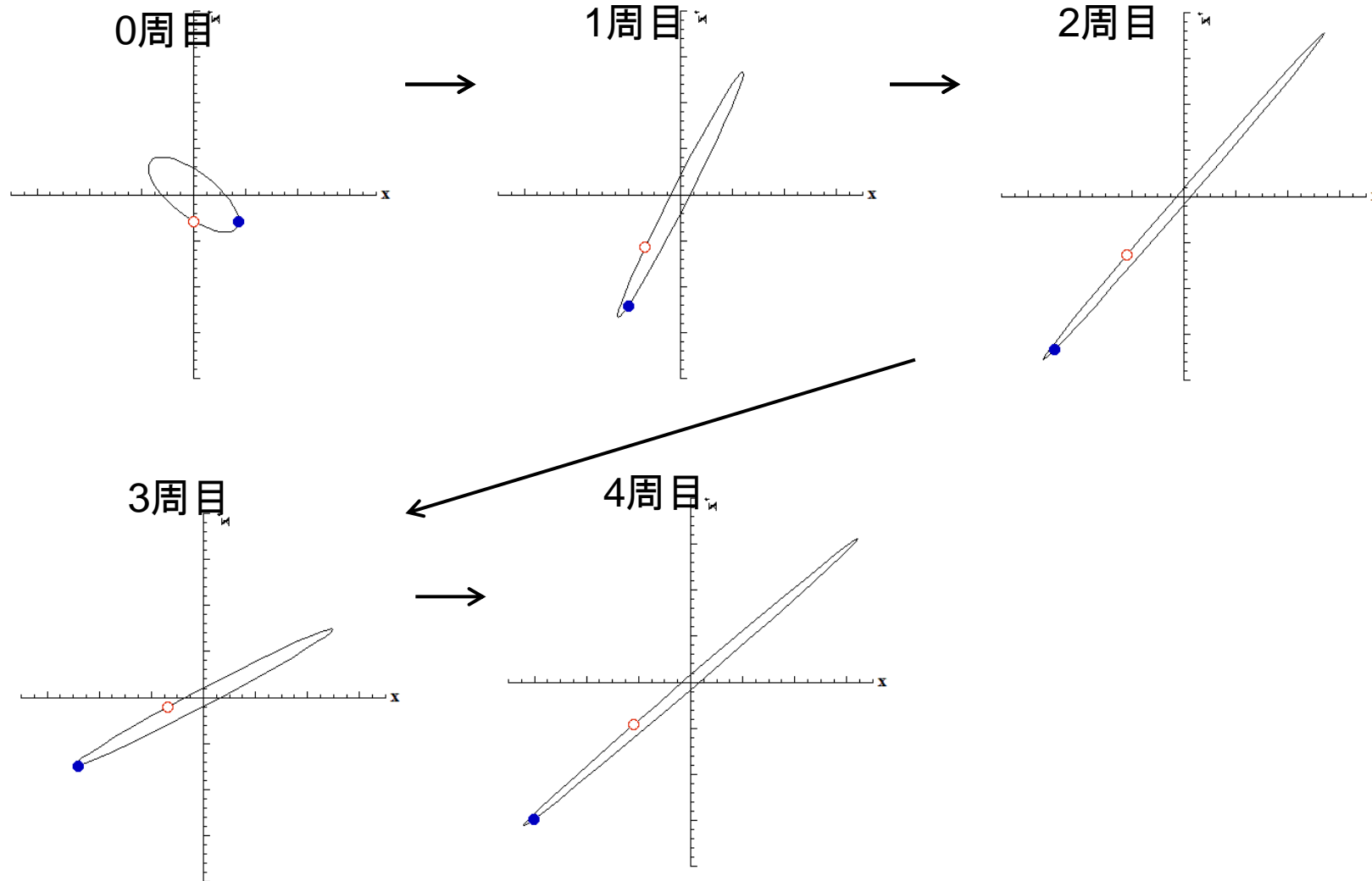
$$\langle xx' \rangle / \varepsilon = -\alpha$$

$$\langle x'^2 \rangle / \varepsilon = \frac{1 + \alpha^2}{\beta}$$

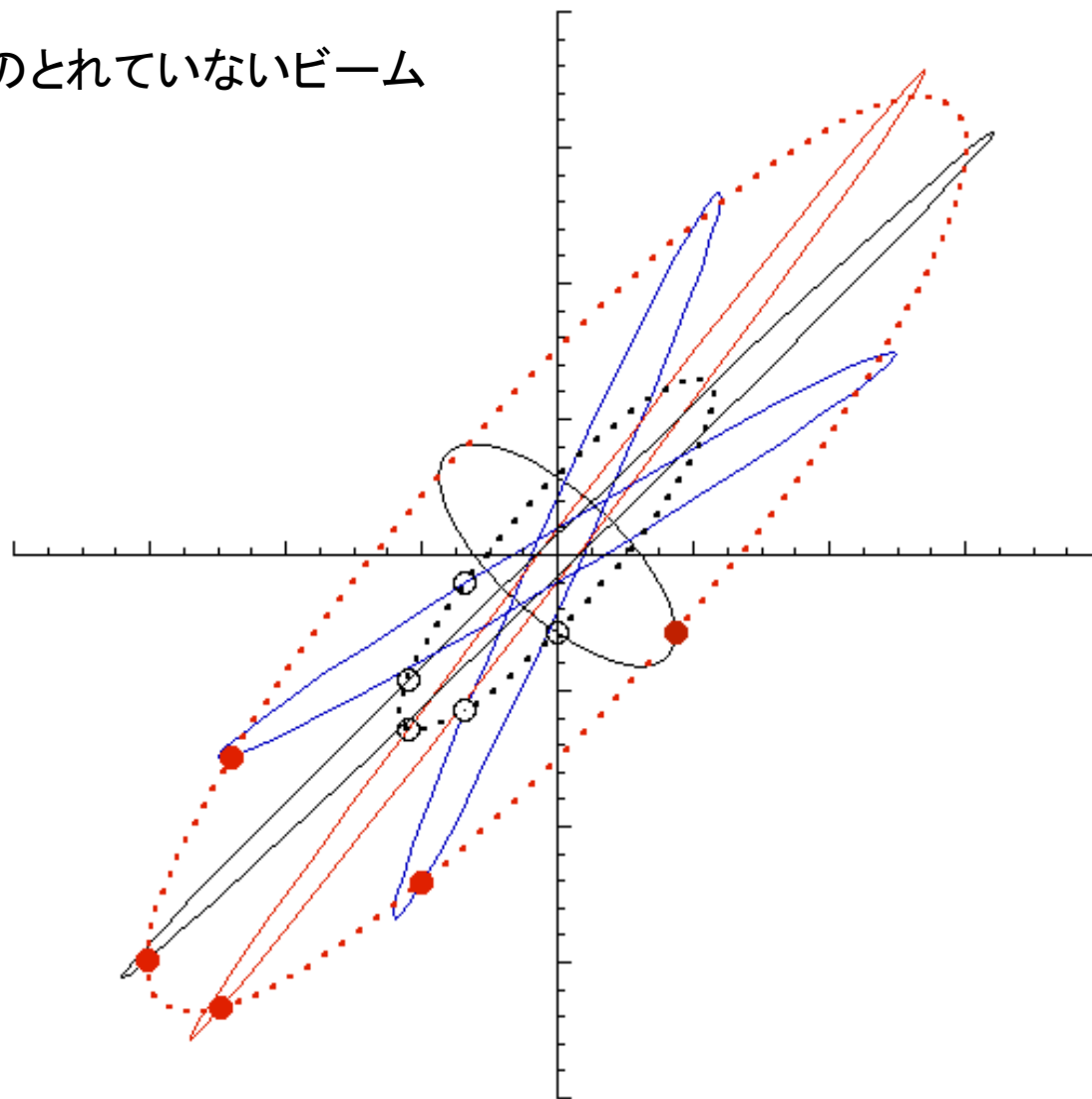
マッチングのとれたたビーム (同一の場所での周回毎の $x-x'$ の分布の変化)



マッチングのずれたビーム



マッチングのとれていないビーム



ベータトロン振動 まとめ

$$x(s) = a\sqrt{\beta(s)} \cos(\phi(s) + \phi_0)$$

$$x'(s) = -\frac{a}{\sqrt{\beta(s)}} (\sin(\phi(s) + \phi_0) + \alpha(s) \cos(\phi(s) + \phi_0))$$

$$\beta = d\phi/ds \quad \alpha = -\frac{1}{2} \frac{d\beta}{ds} \quad (\beta, \alpha(L+s) = \beta, \alpha(s))$$

- Courant-Snyder 不変量: $\left((1/\beta)x^2 + \beta(x' + \alpha/\beta x)^2 \right) / 2$
- エミッタンス: $\varepsilon_x \equiv \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2}$ 線形運動では不変
- マッチング:

ビーム粒子の分布が、ビームラインの設計に合致している状態

ダンピングリングでの低エミッタンスビームの生成

低エミッタンスビームとは、
ベータトロン振動の振幅の小さな粒子が集まったビーム

衝突点での考察からの重要な結論:

ルミノシティを上げるためにはビームのエミッタンス(特に垂直方向のエミッタンス)が小さくなければならない

なぜ Damping Ring が必要か？

- 粒子源からくるビームのエミッタンスは、Damping Ring で得られるエミッタンスよりもはるかに大きい。
- 特に陽電子

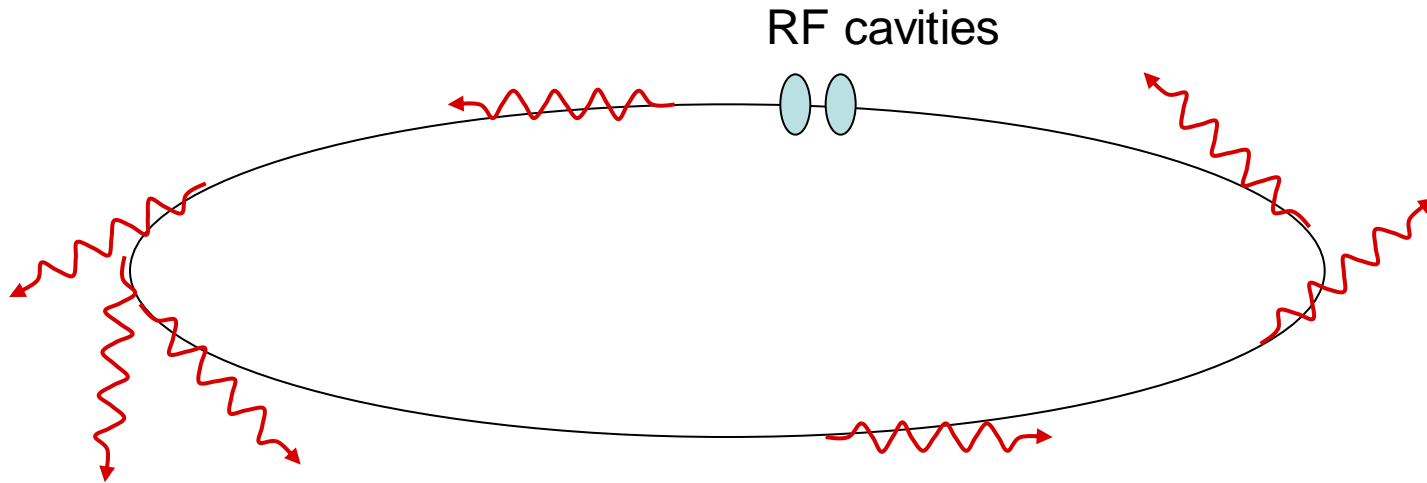
Normalized emittance (m) of ILC design

		electron	positron
Before Damping ring	x	7E-5	~1E-3
	y	7E-5	~1E-3
After Damping ring	x	8E-6	8E-6
	y	2E-8	2E-8

なぜ Damping Ring でエミッタンスが減少するか

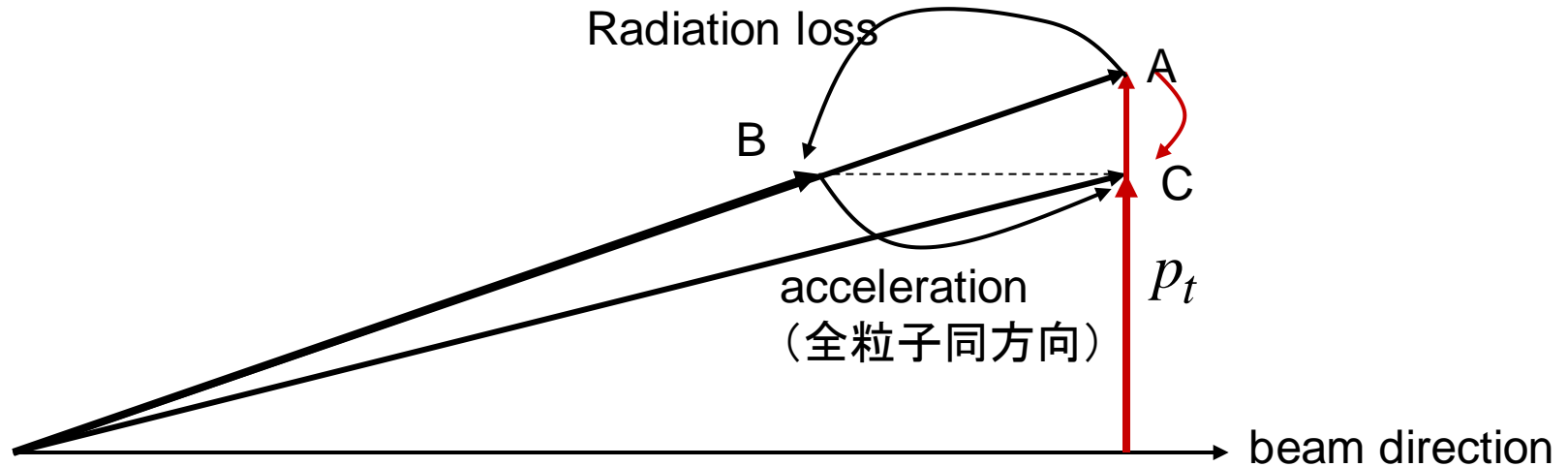
(陽)電子リング加速器、エネルギー一定

- 制動放射によるエネルギー損失
- 加速空洞での加速



放射により 粒子の角度はほとんど変わらない
エミッタンス不変
加速により:粒子の角度が減少
エミッタンス減少

放射減衰(Radiation damping) (transverse motion)



$$\epsilon_x = \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2}$$

x: 位置。radiation でも acceleration でも変化しない

x': 角度。radiation で変化しない。acceleration で $E/(E+\Delta E)$ 倍になる

Damping time: ベータatron振動の振幅が $1/e$ になる時間

～ 放射損失エネルギーの合計が ビームエネルギー になる程度の時間

放射減衰でエミッタンスはいくらでも小さくなっていくか？

そうはならない

「放射励起」がある。（量子効果）

Dispersion

閉軌道のエネルギー依性

$$x_{\text{CO}}(s, \delta) = x_{\text{CO}}(s, 0) + \eta_x(s)\delta + O(\delta^2) \quad (\text{same for vertical})$$

$\delta = \Delta E / E_0$: relative energy deviation

η_x is called "dispersion" (linear dispersion)

s で微分: 角度

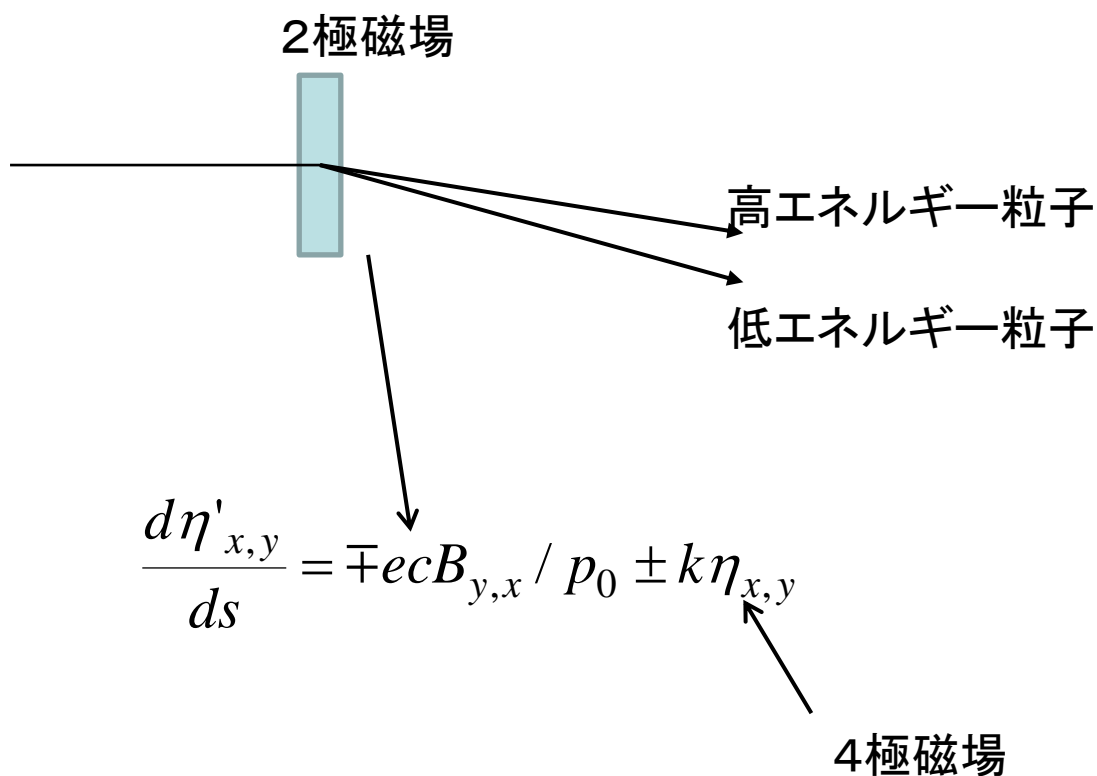
$$x'_{\text{CO}}(s, \delta) = x'_{\text{CO}}(s, 0) + \eta'_x(s)\delta + O(\delta^2)$$

Dispersion は閉じている (周期関数)

$$\eta_{x,y}(C + s) = \eta_{x,y}(s)$$

$$\eta'_{x,y}(C + s) = \eta'_{x,y}(s)$$

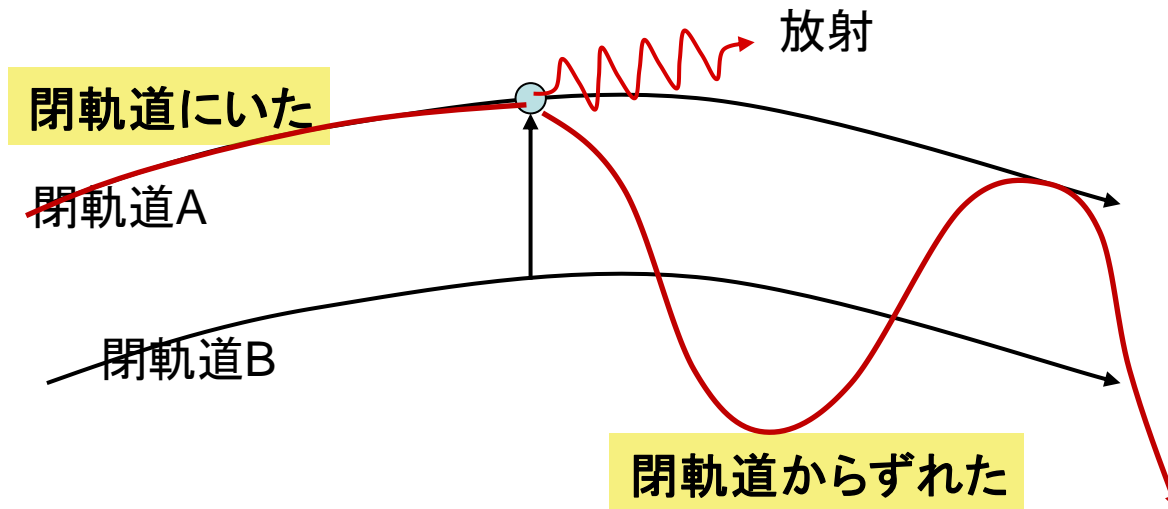
軌道が曲がっているところでdispersionが発生する



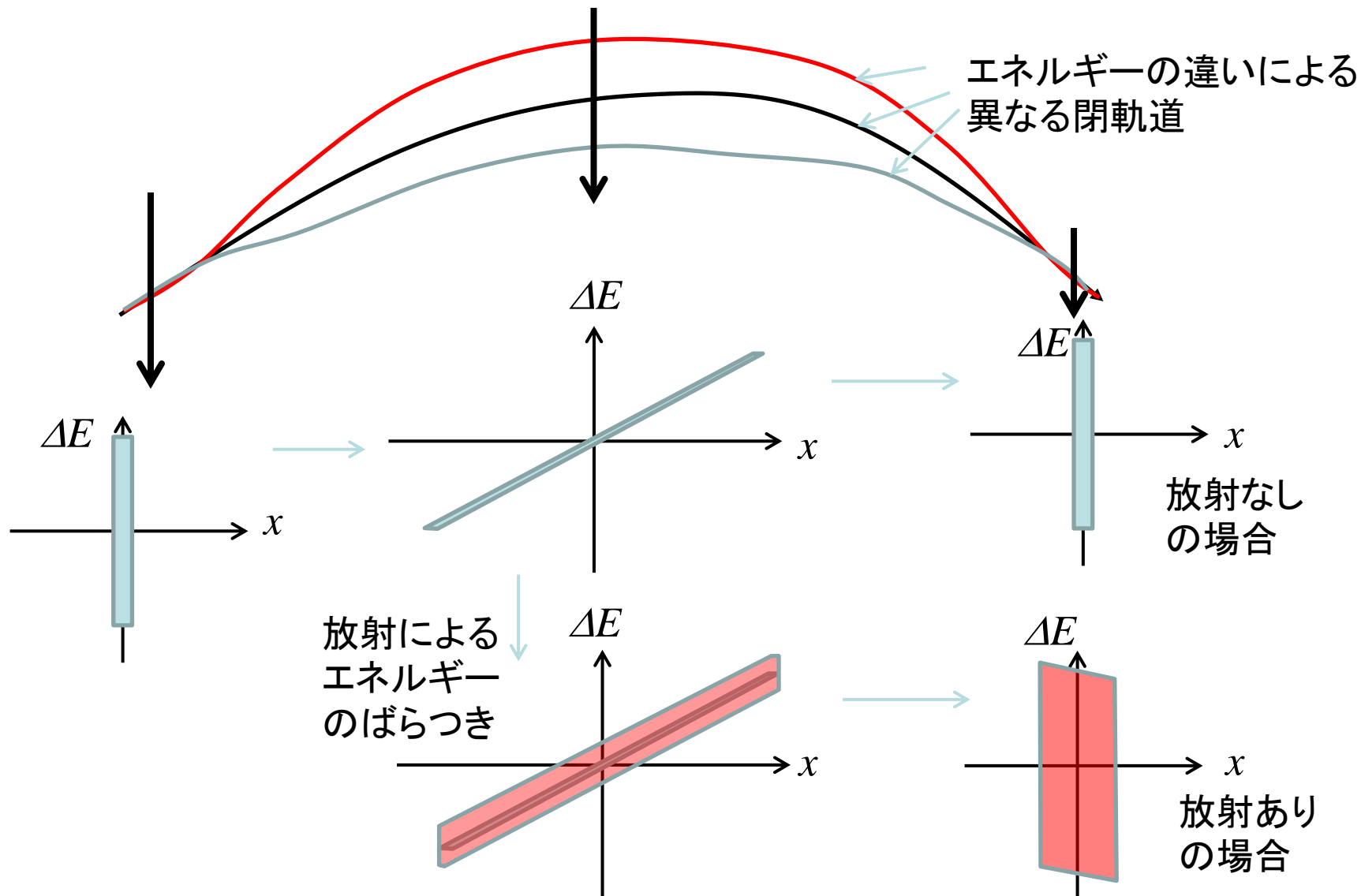
制動放射 による励起の定性的説明

Dispersion: エネルギーに依存した「閉軌道」のずれ

Dispersion がゼロでない場所での放射で
エネルギーがずれると「閉軌道」が変わる。



制動放射 による励起の定性的説明 2



放射励起

エネルギーのばらつきが発生が、dispersion を通して横方向のエミッタンスを引き起こす。

dispersion: 横方向の運動とエネルギー(縦方向の運動)とのカップリング

平衡エミッタンス

$$\begin{array}{l} \text{放射減衰} \\ \text{放射励起} \end{array} \begin{array}{l} \frac{d\varepsilon}{dt} = -a\varepsilon < 0 \\ \frac{d\varepsilon}{dt} = b > 0 \end{array} \longrightarrow \frac{d\varepsilon}{dt} = b - a\varepsilon$$

平衡エミッタンス： 減衰と励起とが釣り合うところ

$$\varepsilon = b/a$$

平衡エミッタンスに近いところでリングからビームを取り出す

平衡エミッタンス

水平方向:エミッタンスは設計でほぼ決まる。

- リングが水平面にあるため
 - 軌道を曲げるとdispersionが必ず発生する
 - 軌道を曲げるところで放射が起きる

垂直方向:エミッタンスは誤差から決まる。

- 完璧な加速器では垂直方向のdispersionはない。
- 設置誤差、磁場の誤差などから垂直方向のdispersion、水平方向とのカップリングが発生
 - 誤差を小さくすることが低エミッタンスビーム生成に重要
- 衝突点での「Flat beam」のために好都合

(陽)電子リング加速器の粒子の分布

- 平衡に達した時の分布は、多くの確率的事象の積み重ねから決まる。
 - 中心極限定理により、放射励起・減衰の結果は正規分布になる
 - 自然にマッチングのとれたビームになる。
 - x、y、z 全方向の運動について言える
-
- 放射光子のエネルギースペクトルが高エネルギー一部分で exponential で落ちることが重要
 - 残留ガスとの散乱、ビームない粒子同士の散乱は、大角度散乱、高エネルギー損失の確率が $1/\text{累乗}$ でしか落ちない
 - 正規分布からずれた tail を作る

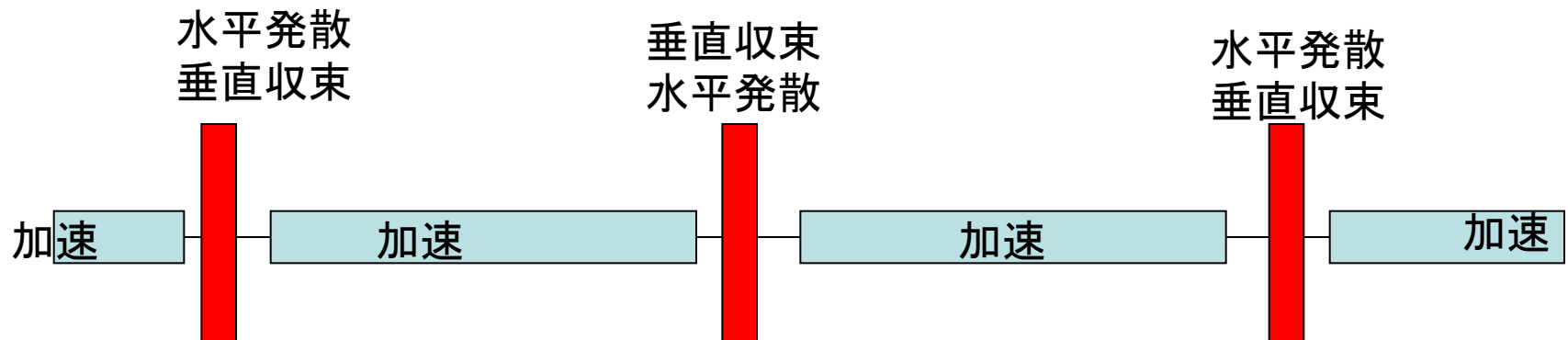
エミッタンスを増大させるその他の要因

- 残留ガスとの衝突
- ビーム内部の粒子同士の衝突 (intra-beam scattering)
- Wake field, 電子雲、イオンなどにより引き起こされる不安定性

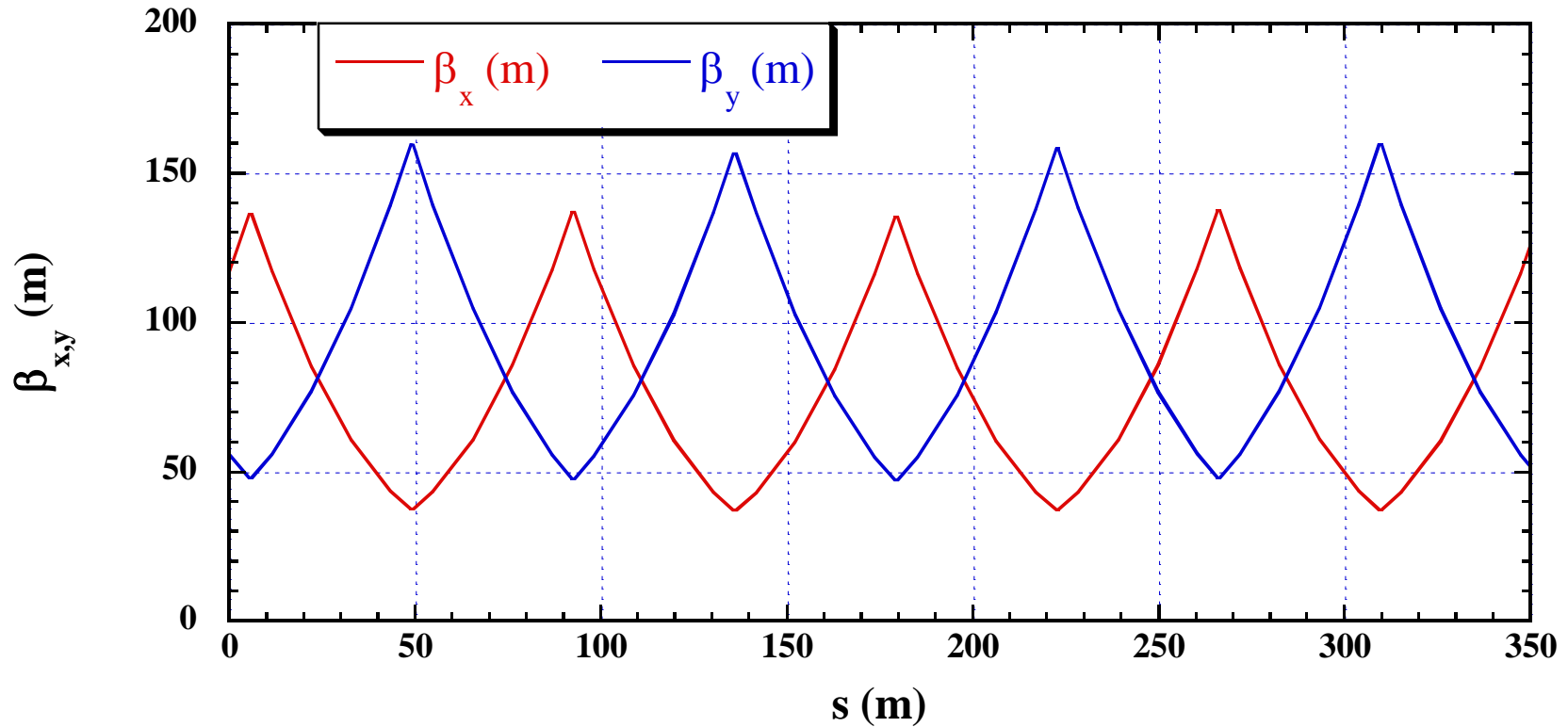
Main Linac

ビーム力学から見たMain Linac

- Main Linacはビーム力学から見れば非常に単純
 - 四極磁石—加速空洞(複数)— の繰り返し
 - その他
 - 軌道補正用の2極磁石
 - ビーム位置モニター



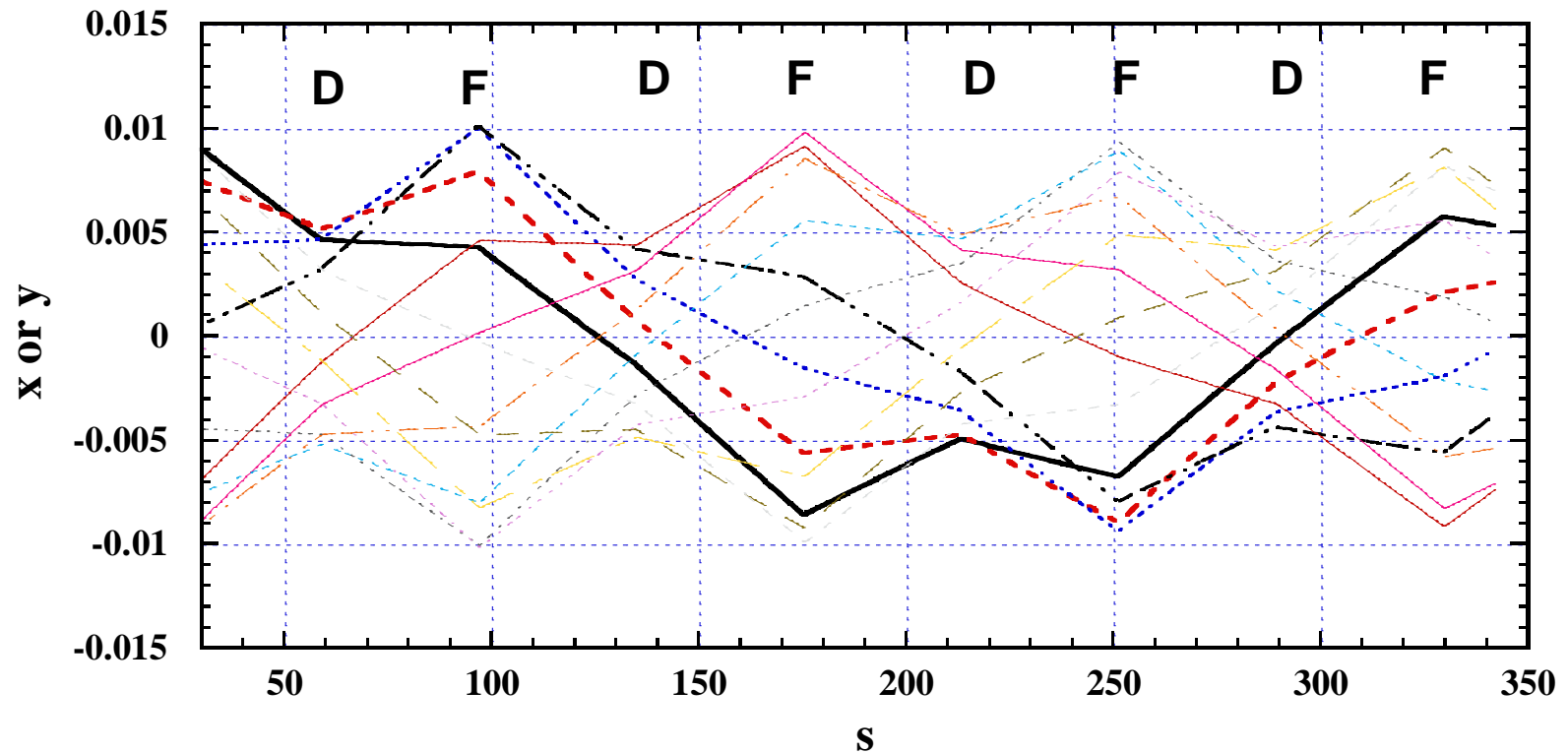
ベータ関数



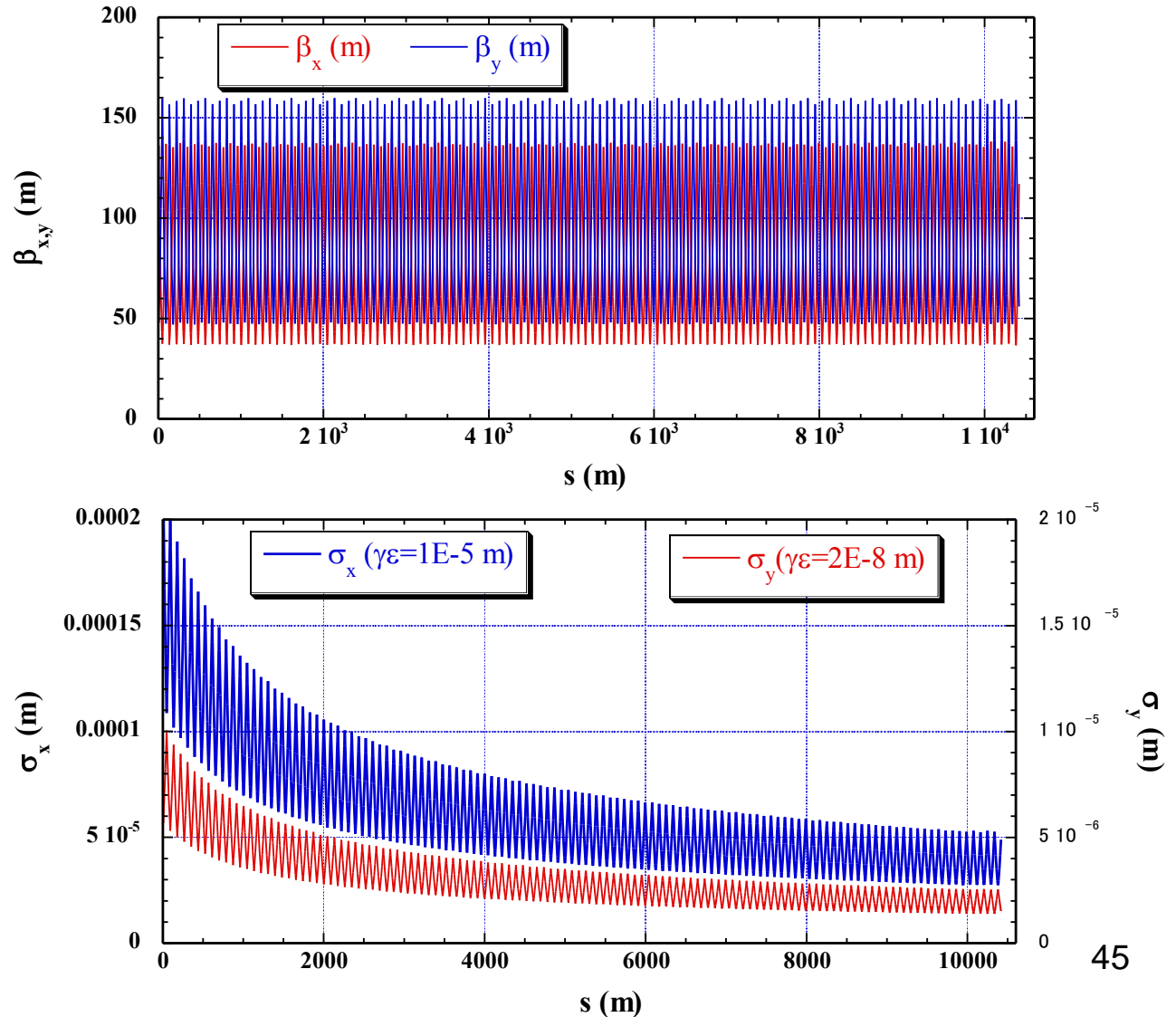
ビームラインが周期を持つので、(リング加速器と同様に)周期条件を課してベータ関数を定義できる。

粒子の軌道の様子

(ベータatron振動の軌道。振幅が同じで位相の違う粒子)



Main Linac でのベータ関数とビームサイズ



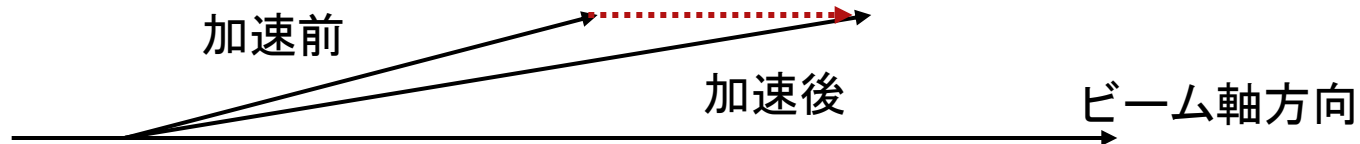
$$\sigma_{x,y}^2 = \varepsilon_x \beta_x(s)$$

加速によってエミッタンスは減少する

$$\varepsilon_x \equiv \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2}$$

加速で角度が減少

ある粒子の運動方向



“規格化エミッタンス” (normalized emittance) が保存

$$\varepsilon_{n,x} \equiv \gamma \varepsilon_x \equiv \frac{E}{mc^2} \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2}$$

$$\approx \frac{1}{mc} \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle p_x^2 \rangle - \langle xp_x \rangle^2}$$

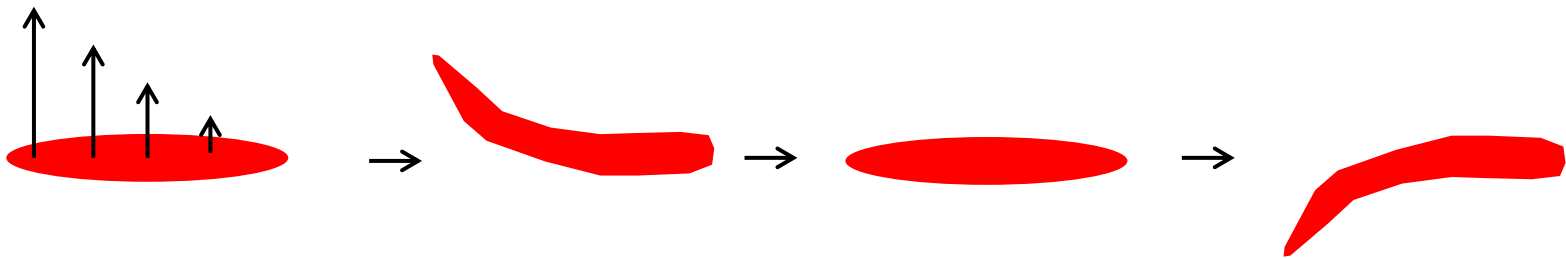
Main Linac に求められること

- 加速(ビームエネルギーを上げる)
- ビームの質を維持
 - Small energy spread
 - Stable orbit
 - Small transverse emittance ← この話の内容

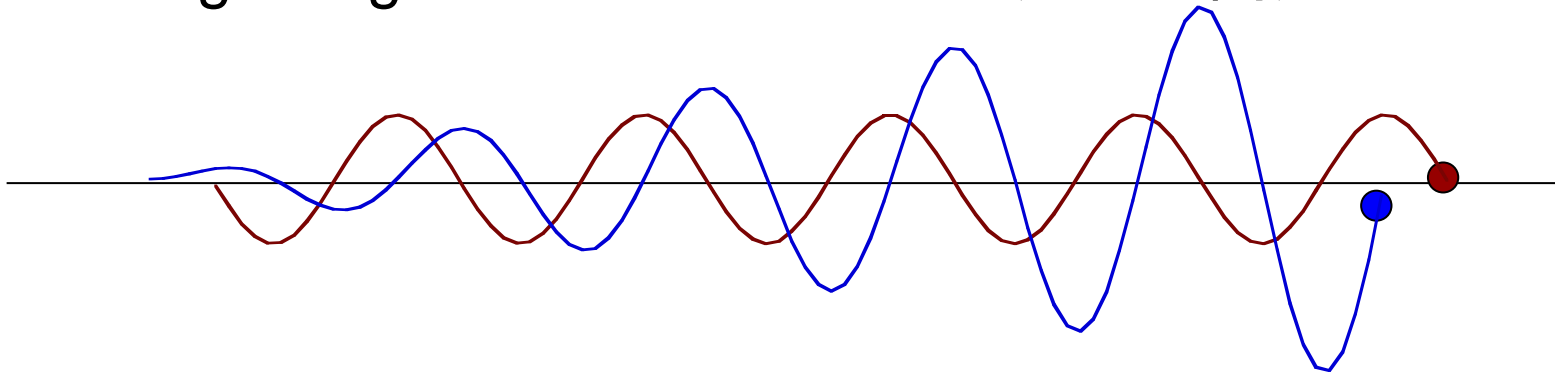
エミッタンス増大の主な原因

- 加速空洞のウェーク場 (Wakefield) (transverse)
 - ビーム内の荷電粒子が励起した電磁場。後続の粒子の軌道を変える。
 - z-correlated orbit difference
- Dispersive effect
 - ビームエネルギーに幅がある。横方向軌道を変えるような電磁場があると、軌道はエネルギーに依存する。
 - energy correlated orbit difference

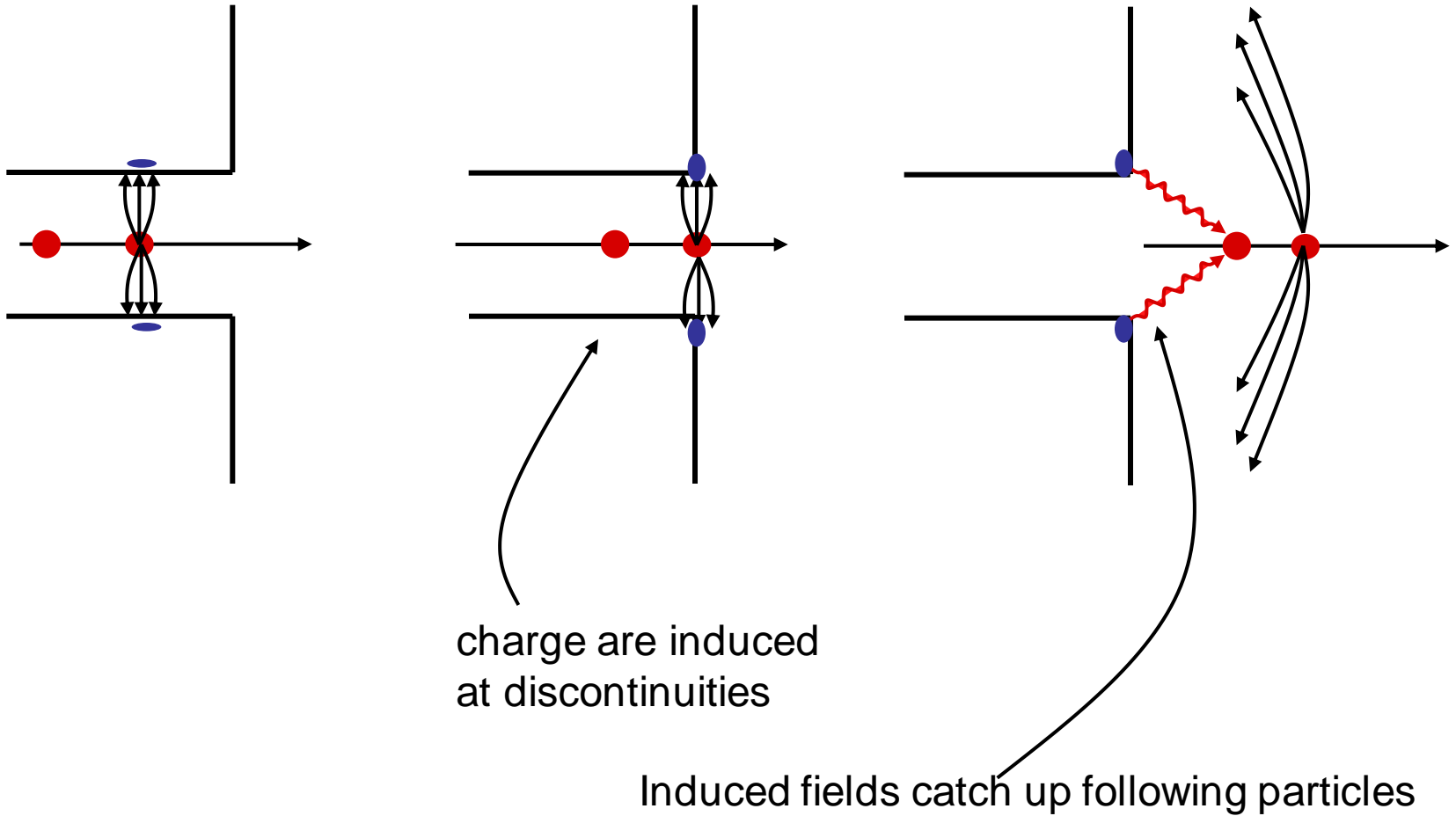
Short Range Transverse Wake (バンチ内)



Long Range Transverse Wake (バンチ間)

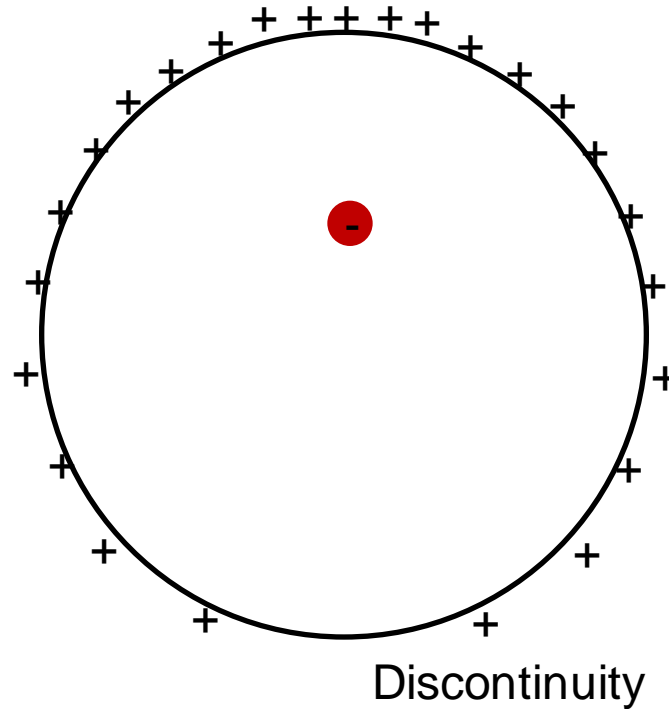


Short range wakefield (バンチ内)



Transverse Wakefield

電荷が中心からずれて通過すると非対称な電荷が誘起され、
後続の電荷がその方向に引かれる



Wakefield のモード展開

Leading particle: charge q , position $(r_0, \theta_0 = 0)$

Test particle: charge e , position (r, θ)

Distance of two particles: s

Energy loss of test particle

$$-\Delta E = eq \sum_m W'_m(s) r_0^m r^m \cos(m\theta) \quad \left(W'_m(s) = \frac{d}{ds} W_m(s) \right)$$

$$\Delta \vec{p}_t = -eq \sum_m W_m(s) m r_0^m r^{m-1} (\hat{r} \cos(m\theta) - \hat{\theta} \sin(m\theta))$$

Usually, we ignore higher order modes.

(Take only $m=0$ for longitudinal and $m=1$ for transverse motions)

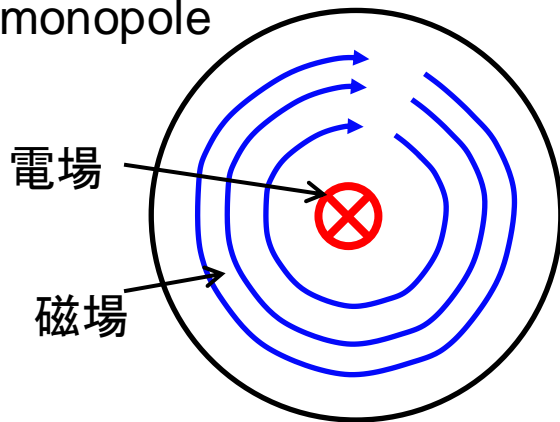
$$-\Delta E \approx eq W'_0(s)$$

$$\Delta \vec{p}_t \approx -eq W_1(s) r_0 \hat{x}$$

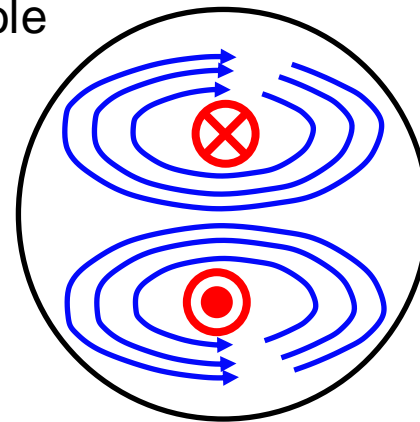
Wakefield のモード展開2

- Monopole mode
 - 励起される電磁場の強さは通過する電荷の量に比例(位置に依らない)
 - 荷電粒子が受ける縦方向の運動量変化は通過する位置に依らない
 - 荷電粒子が受ける横方向の運動量変化はゼロ
- Dipole mode
 - 励起される電磁場の強さは通過する電荷の量と中心からの距離に比例
 - 荷電粒子が受ける縦方向の運動量変化は通過する位置に比例
 - 荷電粒子が受ける横方向の運動量変化は位置に依らない

monopole



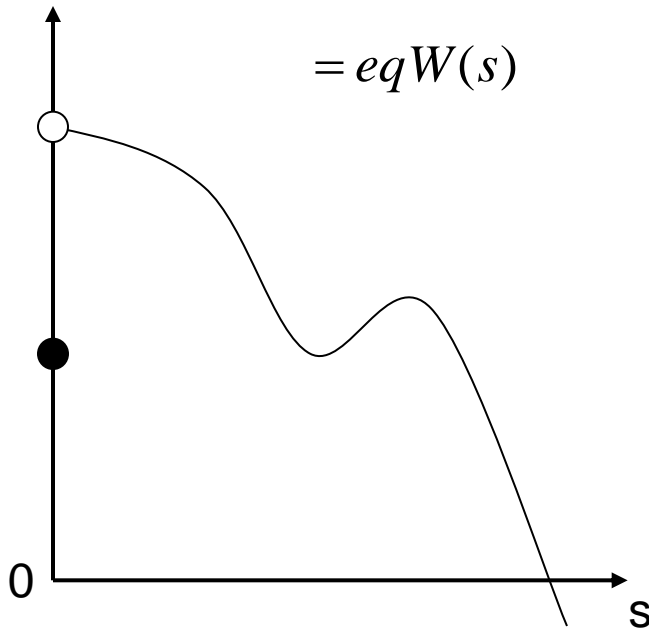
dipole



Longitudinal Wakefield の性質 1

点電荷は自分の作る電圧の半分を感じる

Energy loss of charge e due to wakefield
induced by point charge q



$$= eqW(s)$$

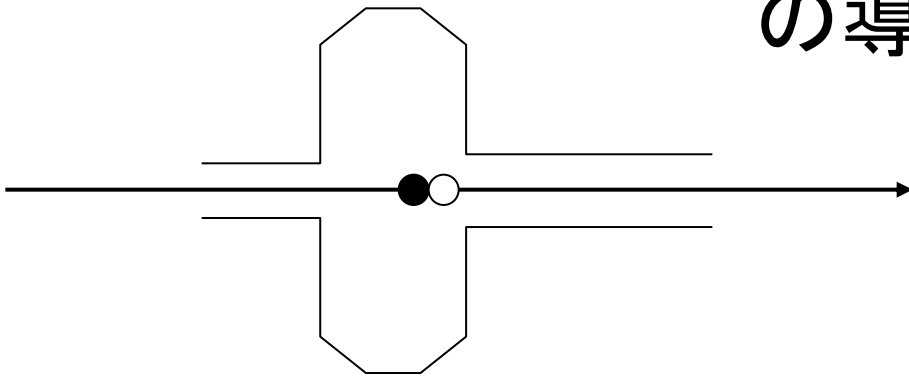
$$W(0) = \frac{1}{2} W(s \rightarrow +0)$$

fundamental law

Fundamental law of wake-function

の導出

自分自身が感じる電圧は、直後の粒子が感じる電圧の半分。



空の空洞を2個の点電荷(+q, -q)が通過することを考える。(-q は+qのすぐ後)

+qによる +q自身が感じる電圧 : V_1

+qによる -qが感じる電圧: V_2

-qによる -q自身が感じる電圧 : V_3

重ね合わせの原理が成り立つ(Maxwell方程式が線形)

$$V_3 = -V_1$$

+qが得るエネルギー : qV_1

-qが得るエネルギー : $-q(V_2 + V_3)$

空洞内に残るエネルギー : $\rightarrow 0$

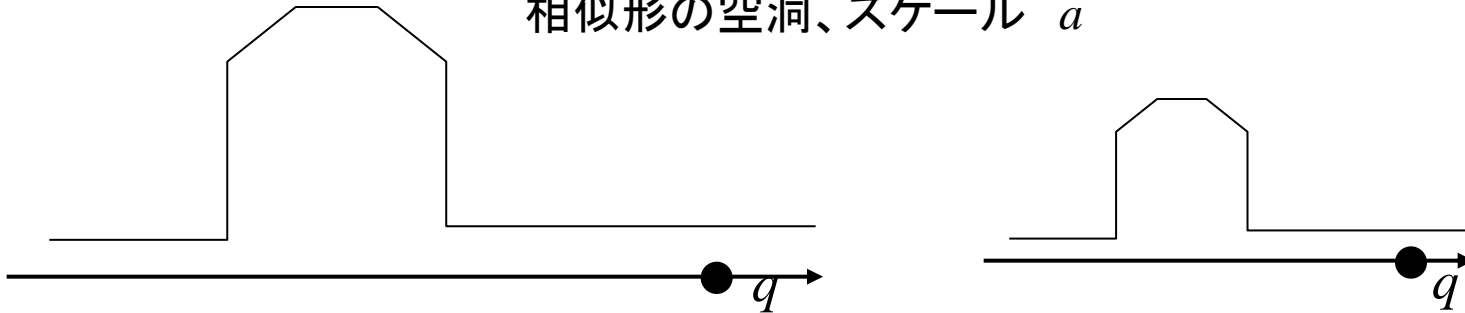
$$\therefore qV_1 - q(V_2 + V_3) = 2qV_1 - qV_2 = 0$$

$$\therefore V_1 = V_2 / 2$$

加速空洞の大きさとwakefieldの強さの関係1

Longitudinal wakefield (monopole mode)

相似形の空洞、スケール a



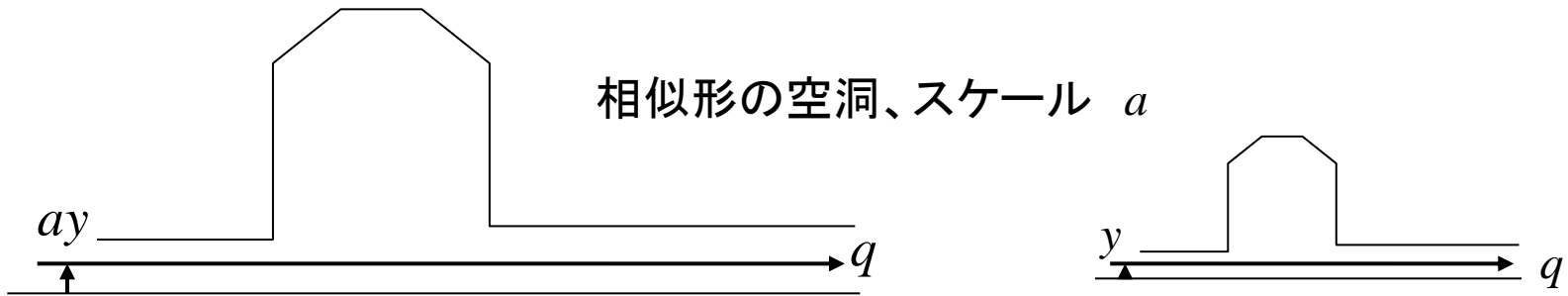
電荷の通過により電場の強さ E が励起されたとする。

空洞内のエネルギー	$\propto a^3 E^2$	}	$\rightarrow E \propto a^{-2}$	}	$\rightarrow W \propto a^{-2}$
電荷の失ったエネルギー	$\propto aE$				
長さ当たりのwakefunction W :	$qW = E$				

長さ当たりの Wakefield は空洞のサイズ(長さ)の2乗に反比例 (Monopole)

加速空洞の大きさとwakefieldの強さの関係2

Transverse wakefield (Dipole mode)



電荷の中心からのずれも a でscale

空洞内のエネルギー	$\propto a^3 E^2$	}	$\rightarrow E \propto a^{-2}$	}	$\rightarrow W \propto a^{-3}$
電荷の失ったエネルギー	$\propto aE$				
長さ当たりのwakefunction W :	$qayW = E$				

長さ当たりの Dipole Wake は空洞サイズの3乗に反比例

ILC では Wakefield の効果があまり強くない

- 超伝導空洞（1.3 GHz）では、常伝導LC空洞（~10 GHz）に比べてWakefieldの影響が小さい
 - バンチ内の横方向wakefield の効果
 - 空洞の設置誤差を300ミクロン程度に抑えればよい
 - バンチ間(multibunch)の横方向wakefieldの効果
 - ある程度の対策が必要。
 - Damping
 - Detuning

Damping of Higher Order Mode Wakefield

Two HOM Couplers at both sides of a cavity

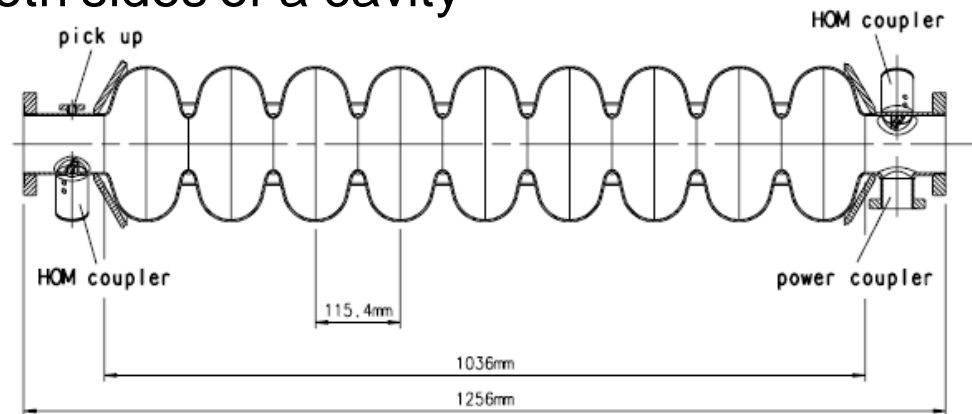
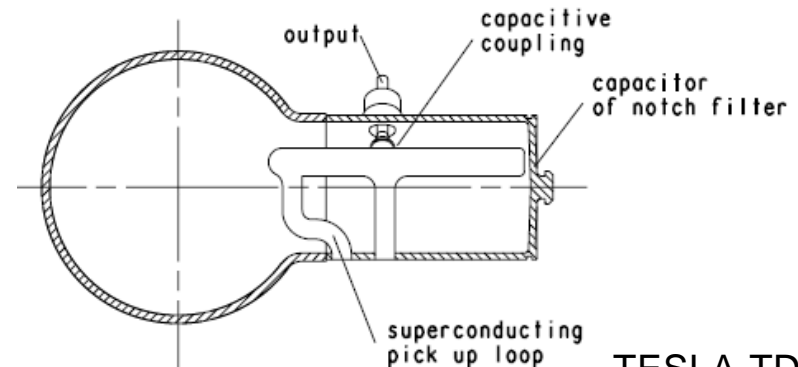


Figure 2.1.3: Side view of the 9-cell cavity with the main power coupler port and two higher-order mode couplers.

TESLA-TDR

Special shapes:

- Accelerating mode should be stopped.
- HOM should go through.
- trapped mode may cause problem.



TESLA-TDR

Figure 2.1.20: Cross-section of the higher order mode (HOM) coupler.

Detuning of wakefield

Effective wake:

beta-function 程度の長さにある空洞のwakeの和。
空洞毎のwakeの周波数にばらつきがあると、和が小さくなる。

Typical HOM frequency $\sim 2\text{GHz}$,

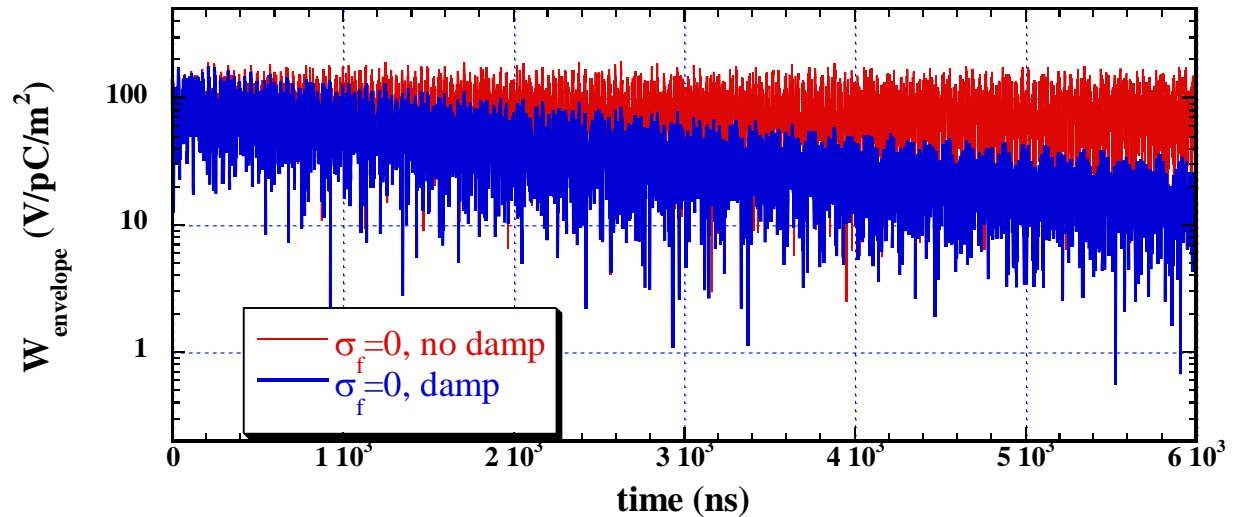
Frequency Spread $\approx 0.1\%$ $\rightarrow \delta_\omega \sim 2\text{MHz}$

\rightarrow Detuning becomes effective for $t \sim 500\text{ ns}$ (next bunch)

Damping と Detuning の効果

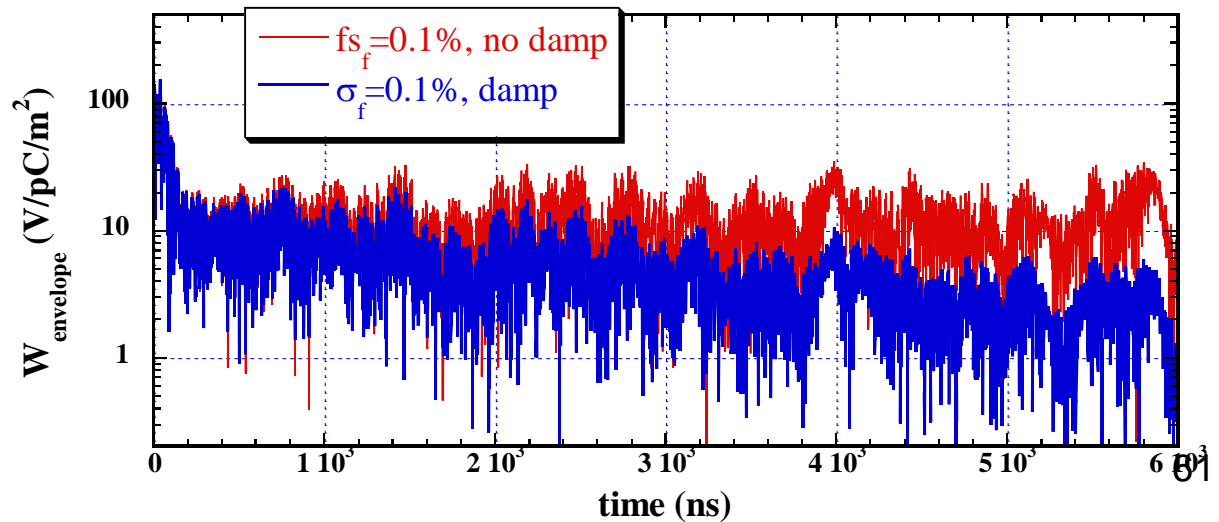
Wakefunction envelope from HOMs (from TESLA-TDR)
with/without random detuning (50 cavities) and damping

No detuning



Random detuning

$\sigma_f/f=0.1\%$



「Dispersive effect」 (エネルギーの違いによる軌道のずれ)
により、横方向エミッタンスを増大させる主な原因

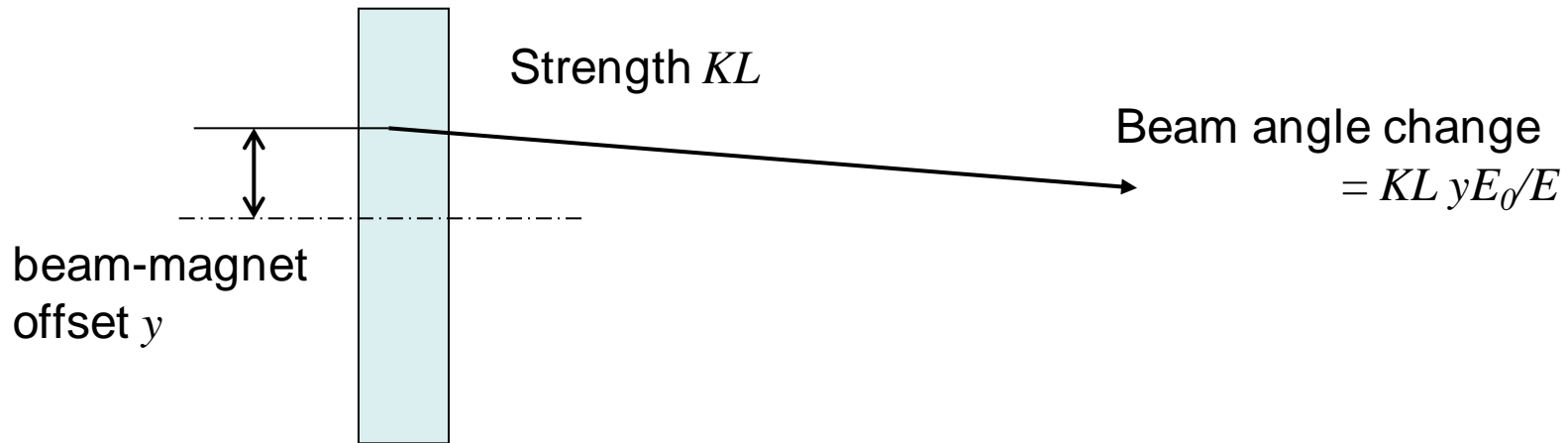
- 4極磁石の設置誤差 (offset misalignment)
- 加速空洞の傾き (tilt)

要するに、横方向の運動量を変えるような電磁場:

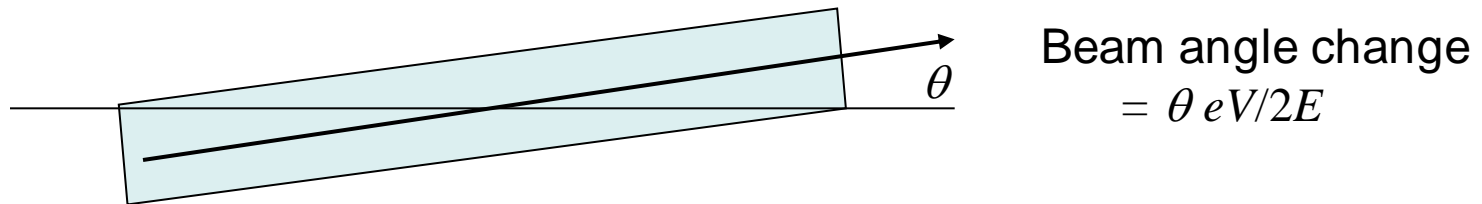
Orbit angle change $\sim 1/E$

ビームの横方向の運動量を変える主要因

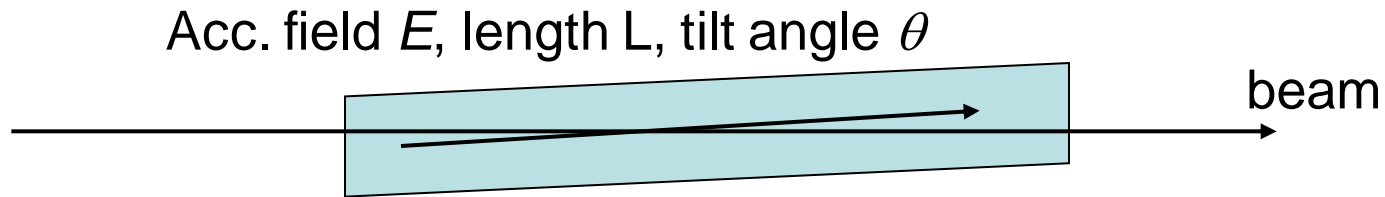
ビームと磁場中心のずれ



加速空洞の傾き

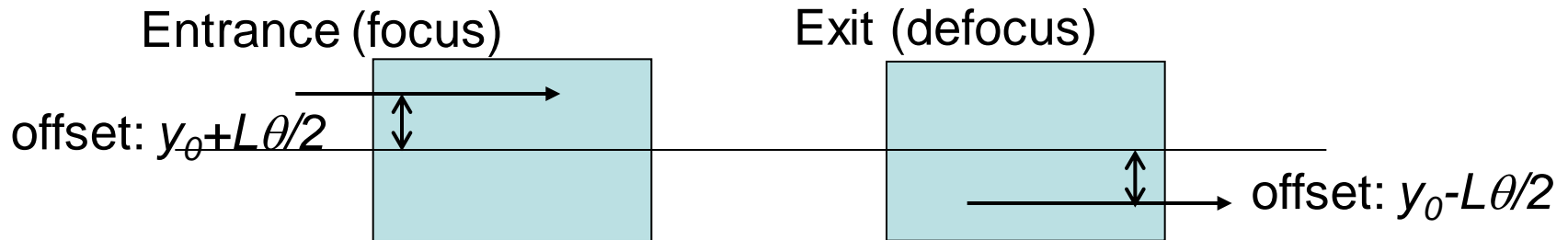


余談: Edge focus reduce the effect of cavity tilt



Transverse kick in the cavity: $\Delta p_t = \theta eEL$

Edge (de)focus [see appendix]

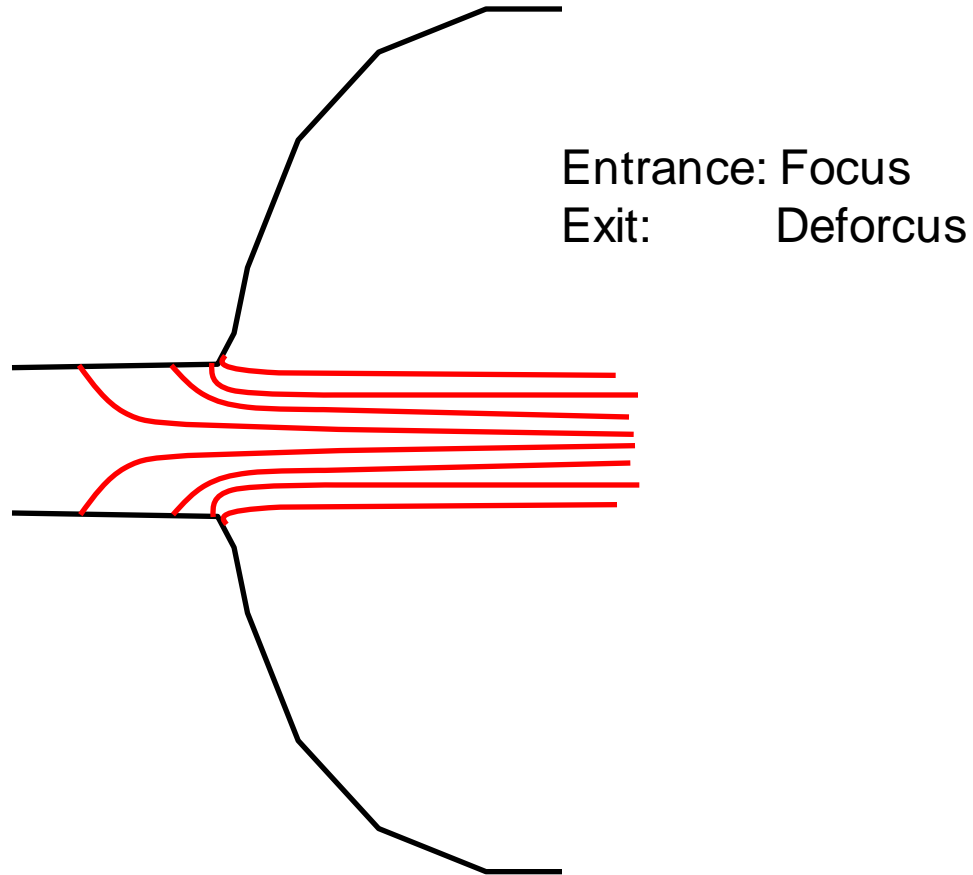


Transverse kick at the entrance: $\Delta p_t = -eE (y_0 + \theta L/2)/2$

Transverse kick at the exit: $\Delta p_t = eE (y_0 - \theta L/2)/2$

→ Total transverse kick by the cavity: $\Delta p_t = \theta eEL/2$

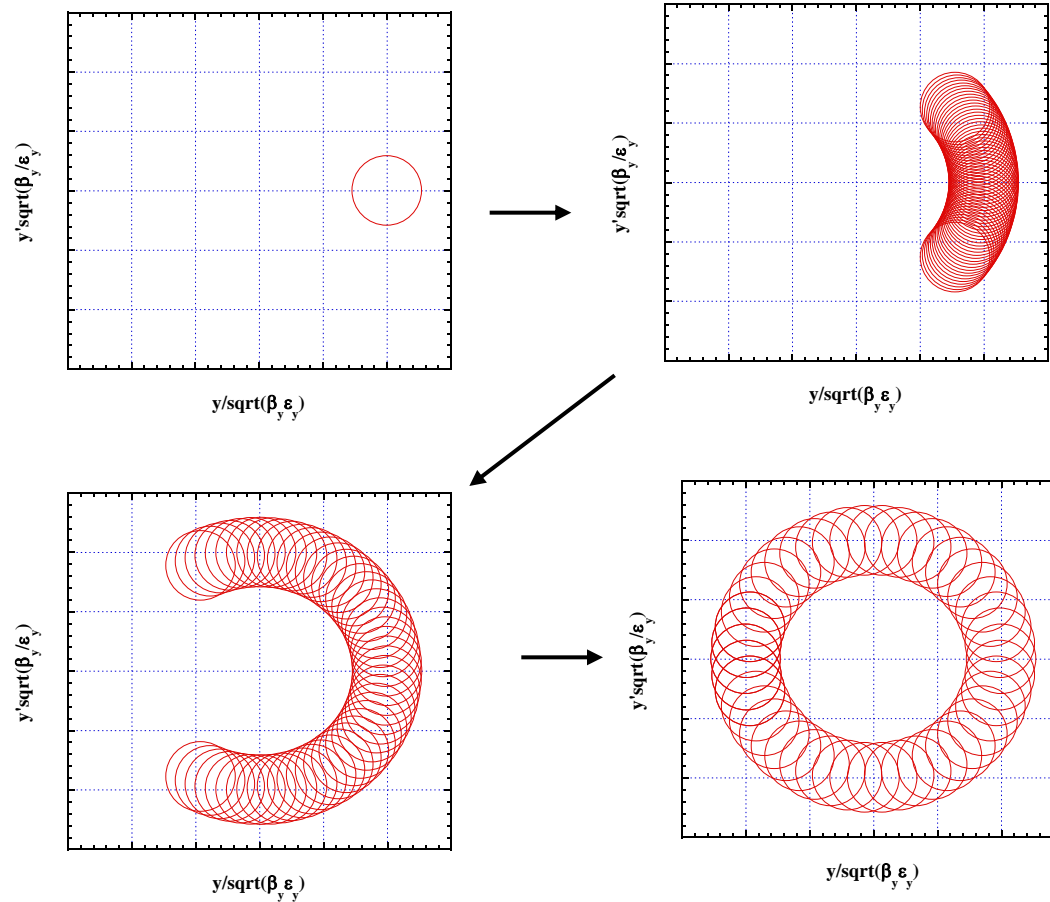
Edge focus of Accelerating Cavity



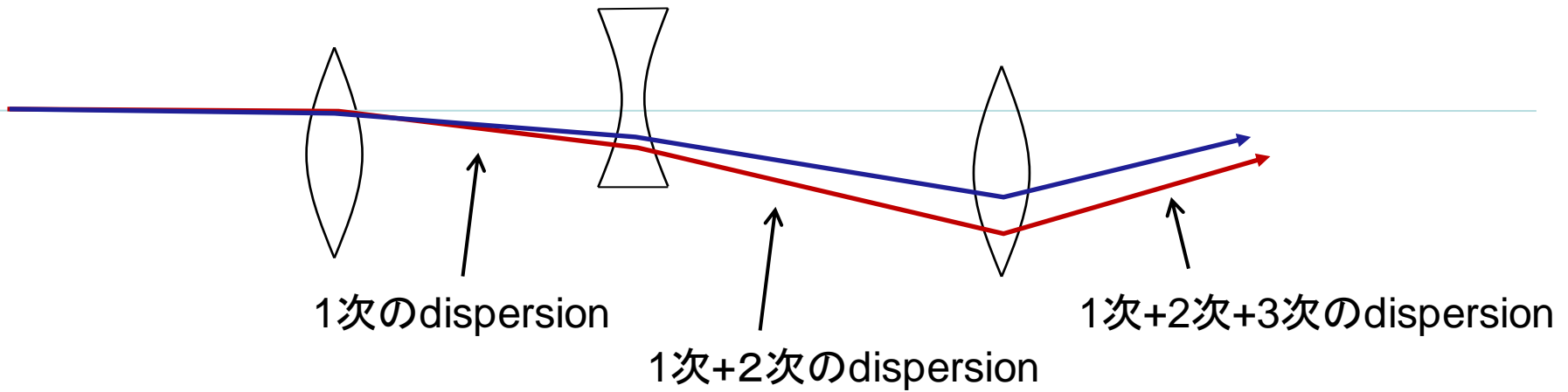
“Filamentation”

エネルギーの差により、ベータatron振動の位相がずれる

Different phase advance for different energy particles.



線形(1次)のdispersionがあると、その後4極磁石を通る度に、より高次のdispersionが発生する。



Dispersive effect

線形 → 非線形

- 電磁場による角度変化は $1/E$ に比例：軌道はエネルギーに依るが、始めは(ほぼ)線形の依存。しかし、
 - このビームがさらに四極磁場を通るたびに高次の依存性が生じる。
- ビームが設計軌道からずれると、「Filamentation」により、エネルギーに非線形依存する軌道のずれが生じる。
- 線形の依存 (linear dispersion) は測定し、補正することが可能。非線形の依存の場合は困難。
 - Linear dispersion をあらゆる場所で測定して補正すべし。(非線形依存が大きくなる前に)

DFS (Dispersion Free Steering)

- この補正の基本:
 - ビームのエネルギーを変えて軌道を測定する。
 - エネルギーによる軌道変化(の設計値からのずれ)を小さくするようにsteering magnet をセット
- ビームエネルギーを 10% 程度変える必要がある。
- Curved Linac (地球が丸いので)
 - 設計 Dispersion がゼロでない
 - 「DMS (Dispersion Matching Steering)」

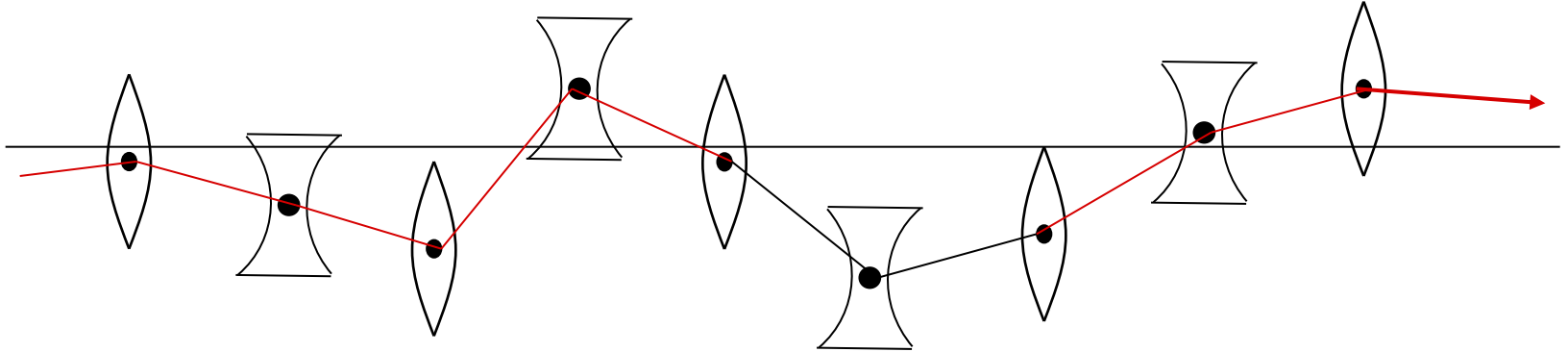
KM (Kick Minimization)

各場所での蹴り(kick)を測定し、その場所で(できるだけ近くで)それを打ち消すような補正の蹴りを加える

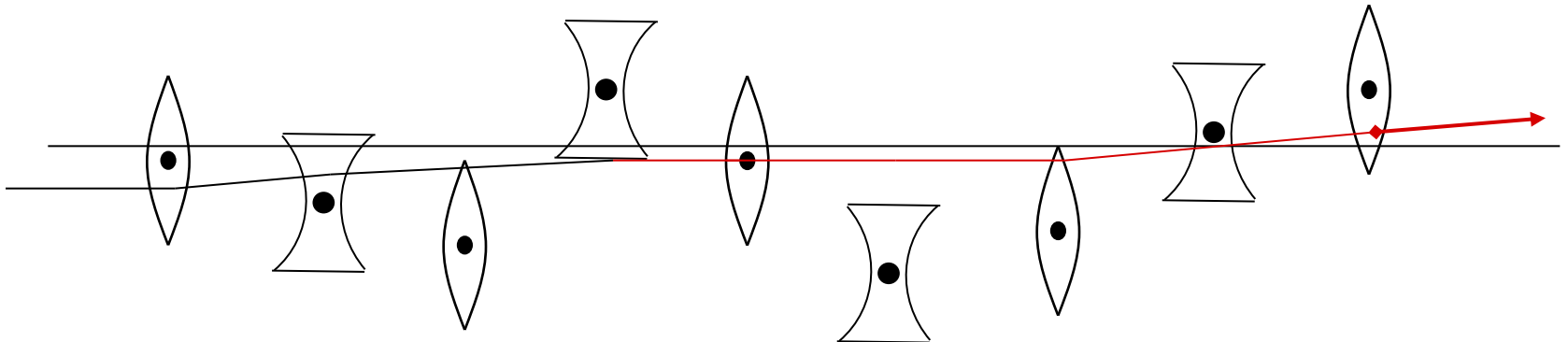
- 全ての4極磁石でのビームと磁場中心のずれを測定(BPM)。すぐ近くに Steering 磁石を設置して補正
- 加速のない輸送路(e.g. RTML long transport line)などで有効。

軌道補正の様子

全ての四極磁石の中心を通す (one to one correction)



ある長さ(ベータ関数程度)での軌道角度の変化を小さくする:
(Dispersion 補正、KM などをする結果としてこのようになる)



規格化エミッタンス 10%(2 nm) 増加する設置誤差 補正による違い

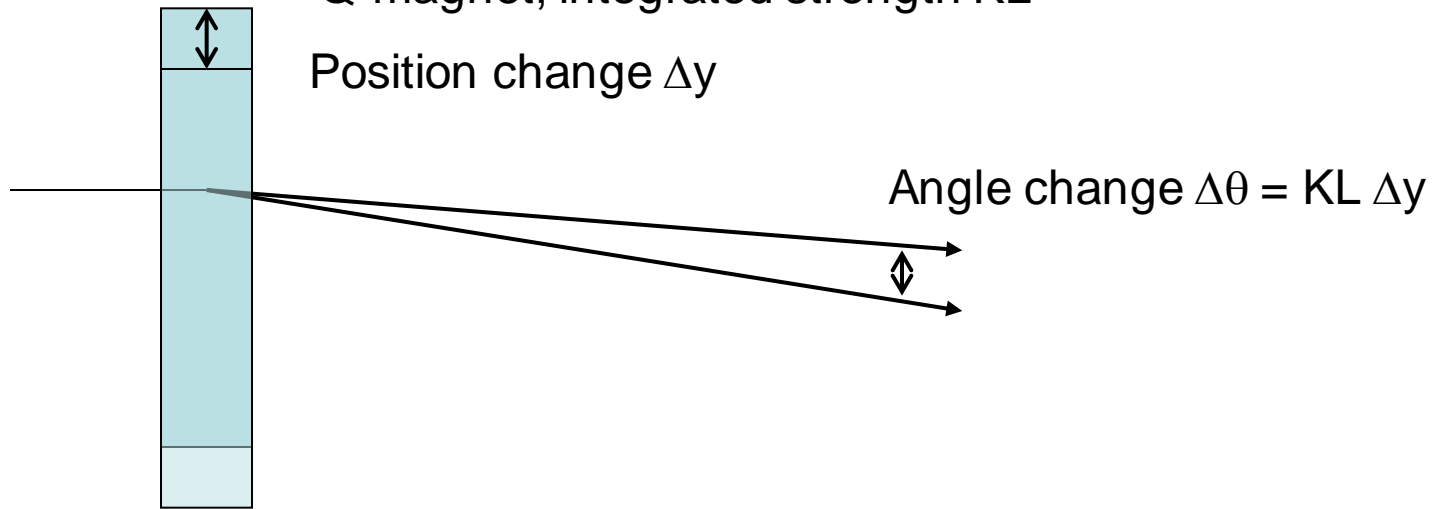
補正なし	300 nm
One to one	15 μm
Dispersion 補正	> 500 μm (BPM resolution が重要)

ビーム軌道の時間的变化

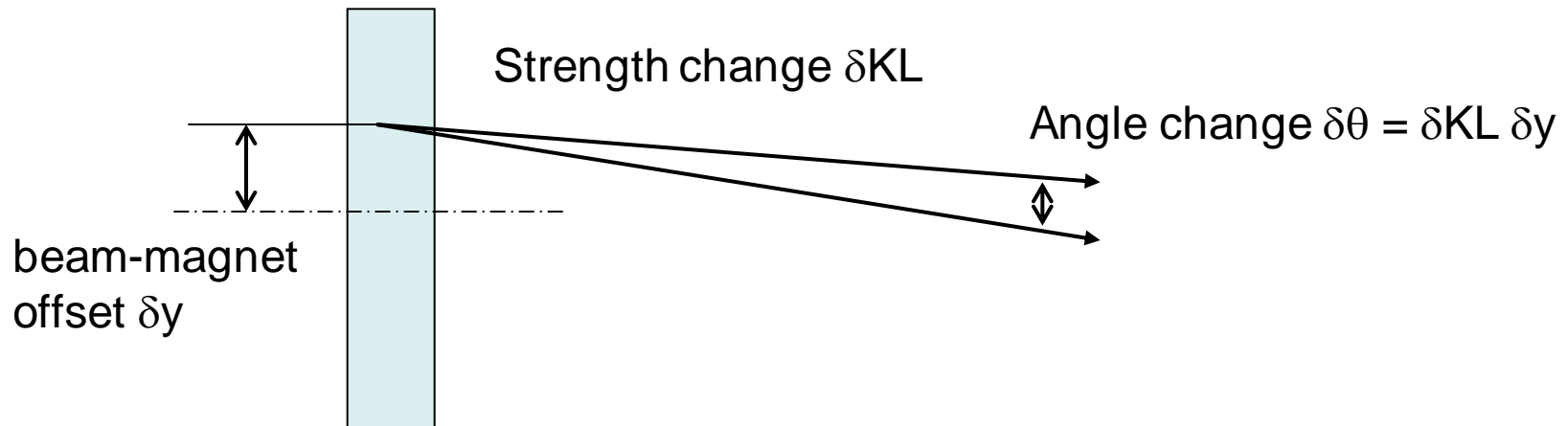
- ビーム軌道feedbackよりも速い変動が重要。
- 大きな軌道変化はエミッタンスを増大させる
- 主な原因
 - 4極磁石の振動
 - 4極磁石の設置誤差 + 磁場強さの変動
 - 2極磁石の磁場強さの変動
 - 加速空洞の振動 (傾き角、pitch、の変動)
 - 傾いた加速空洞の電圧の変動

4極磁石の振動(ビームと磁場中心のずれの変動)

Q-magnet, integrated strength KL

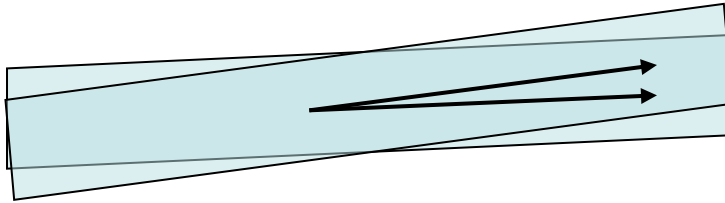


ビームと磁場中心のずれ(固定)+ 磁場強さの変動



加速空洞の振動 (傾き角、pitch、の変動)

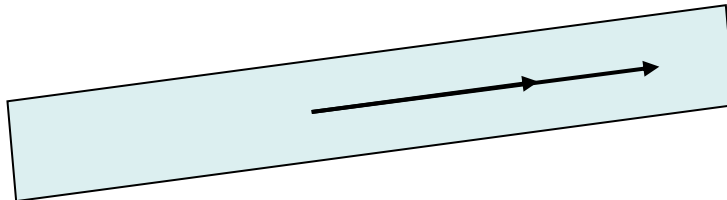
Acc. Voltage V , tilt angle change $\Delta\theta$



Beam angle change
 $(eV/E) \Delta\theta/2$

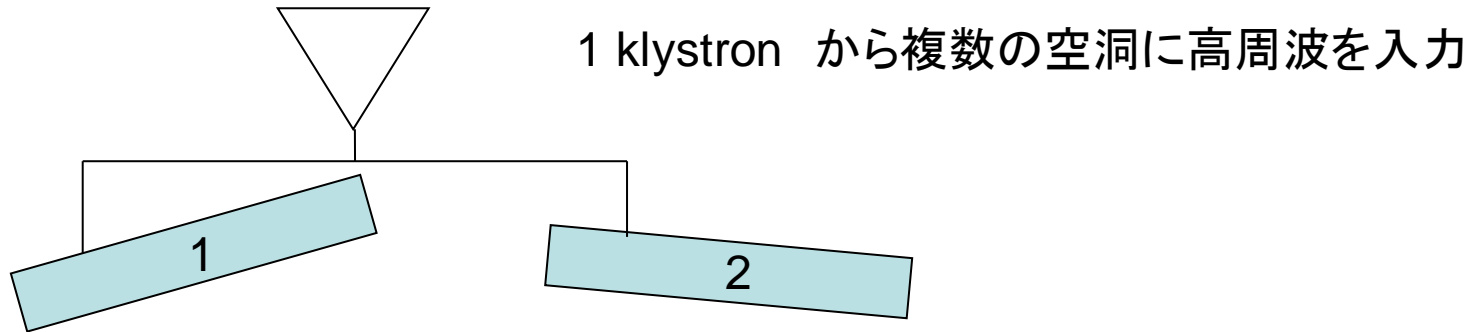
傾いた加速空洞の電圧の変動

Acc. Voltage change δV , tilt angle change (fixed) θ



Beam angle change
 $(e\delta V/E) \theta/2$

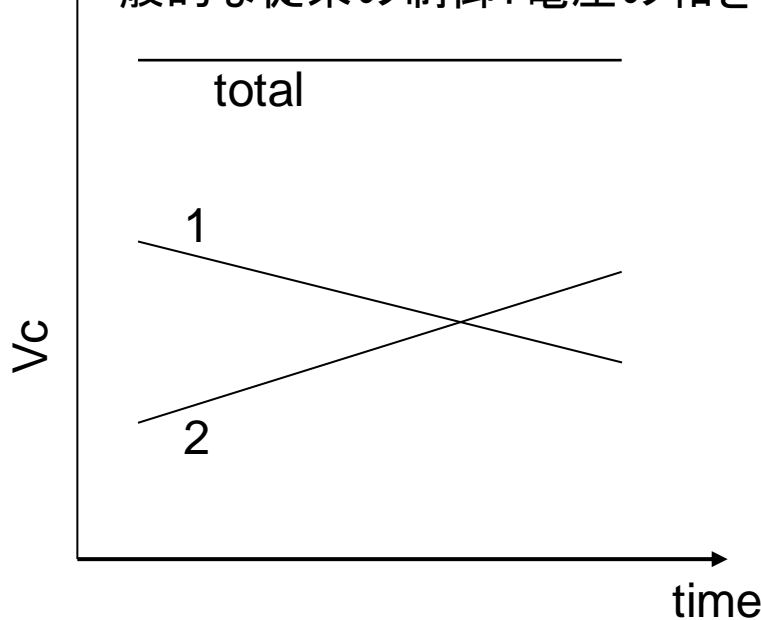
傾いた加速空洞の電圧の変動 (高周波の制御への要請)



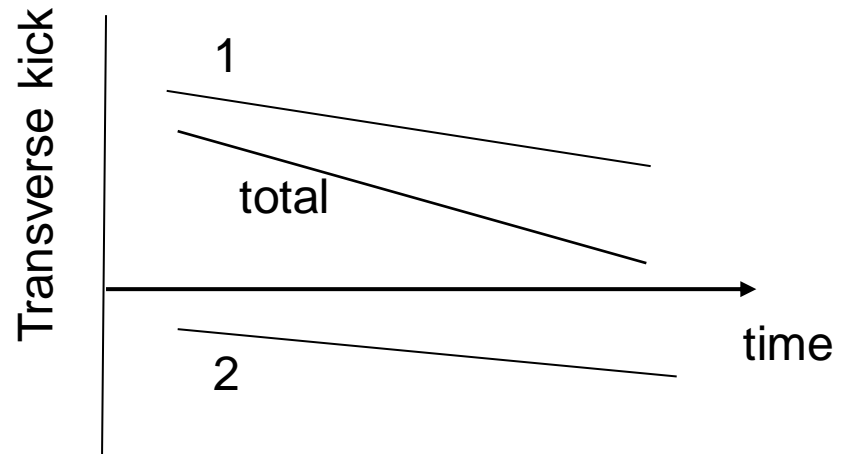
パルス内での空洞電圧制御

空洞毎に電圧を一定にしなければならない

一般的な従来の制御: 電圧の和を一定に。空洞毎には変化。



空洞の傾きの違いにより、横方向の電圧が変化してしまう。



Orbit jitter sources in ML

Source	Assumption (Tolerance?)	Induced orbit jitter	Induced emittance growth
Quad vibration (offset change)	100 nm	1.5 sigma	0.2 nm
Quad+steering strength jitter	1E-4	1 sigma	0.1 nm
Cavity tilt change	3 urad	0.8 sigma	0.5 nm
Cavity to cavity strength change, assuming 300 urad fixed tilt	1%	0.8 sigma	0.5 nm

Tolerances, tolerable timescale depend on feedback performance.

Main Linac まとめ

- Emittance growth
 - Wakefield は弱い (加速空洞が大きい (加速高周波の周波数が小さい) ので)
 - Cavity alignment tolerance ~ 0.3 mm
 - これが満たされればBunch 内のwakefieldの影響は小さい。
 - Bunch間のwakefield の効果はdamping + detuning で減らす。
 - Dispersive effect が重要
 - 加速空洞の傾き、四極磁石の設置誤差が効く。
 - Dispersion Free Steering 等で補正
- Orbit jitter
 - Q magnet vibration, cavity tilt + RF amplitude jitter が効く
 - Feedback (inter pulse + intra-pulse) が必要
 - あまり大きいとemittanceが増大

話したこと

- ビーム力学の基礎(準備)、ベータトロン振動
- Damping Ring, 低エミッタンスビームの生成
- Main Linac, 低エミッタンスの保存