格子ゲージ理論と
ウォーキング・テクニカラー

22 Jul. 2013

大阪大学 D2 富谷昭夫 (今年の夏の学校の校長やってます)

http://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~akio/

akio_at_het.phys.sci.osaka-u.ac.jp

コンテンツ

格子屋さんが、やってること、
最近、格子屋がやたら(いまさら？)テクニカラー押しな理由が
伝えられたらと思います。

格子ゲージ理論

(できること、やってること。
フォーマリズムはやらない。)

格子ゲージ理論
＝場の量子論を計算する道具の1つ

・摂動論

・AdS/CFT

・局所化

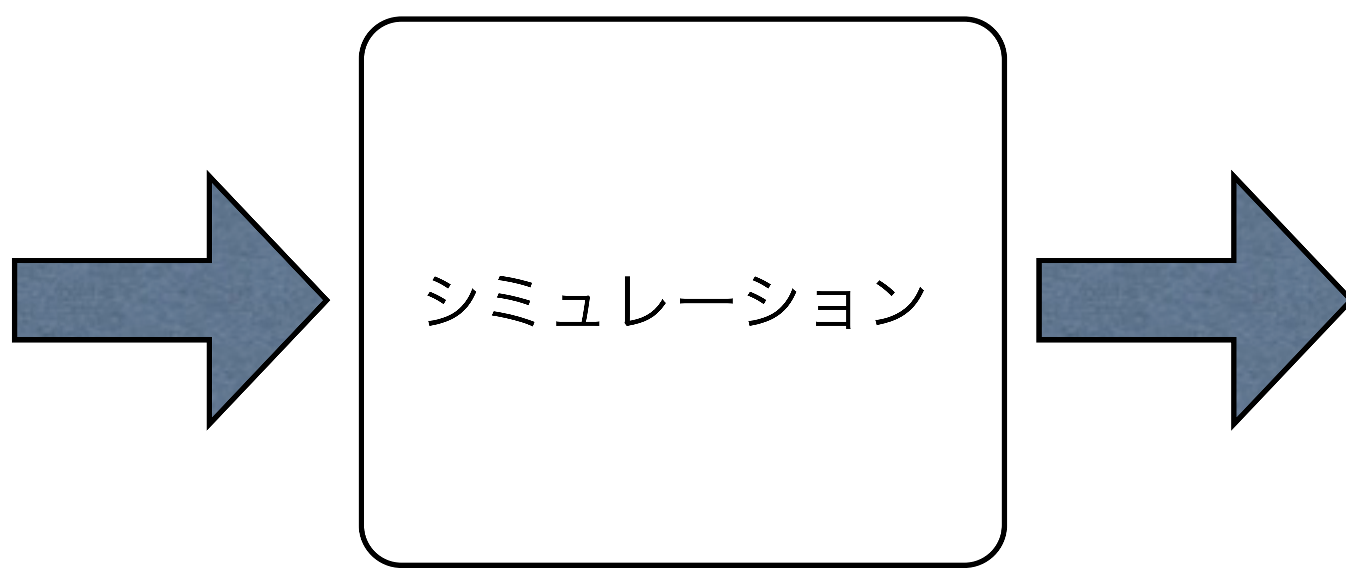
…

例 QCD= SU(3)ゲージ理論＋Nf=3フェルミオン

インプット

m_π

m_ρ



アウトプット

m_N

m_P

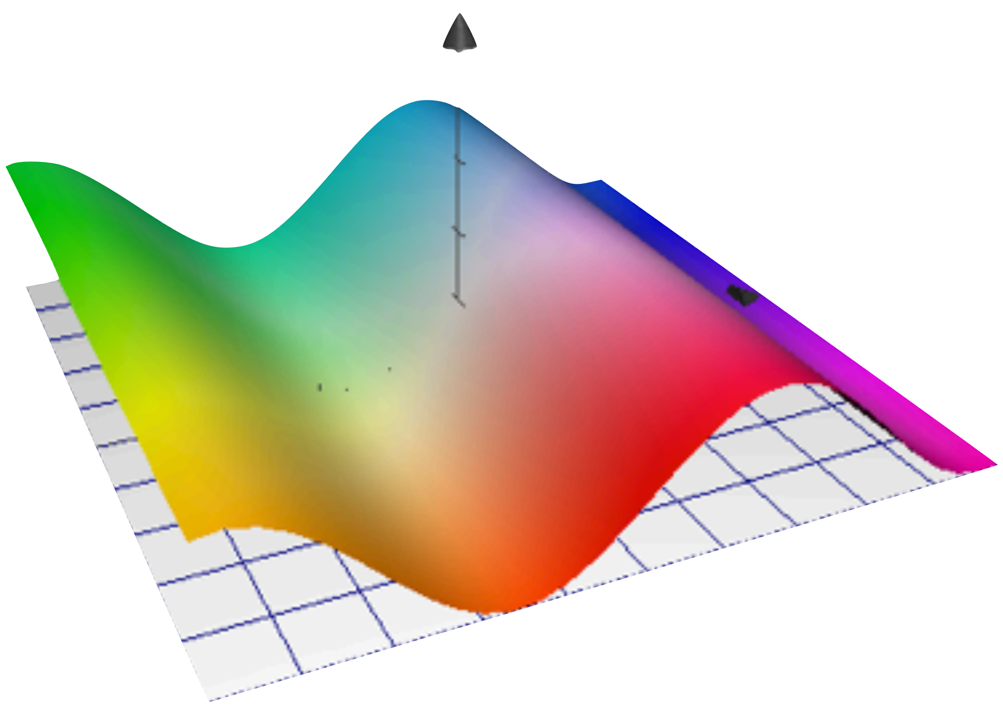
…

セットアップ

連続時空の場

非加算無限自由度

(実数の各点に自由度)

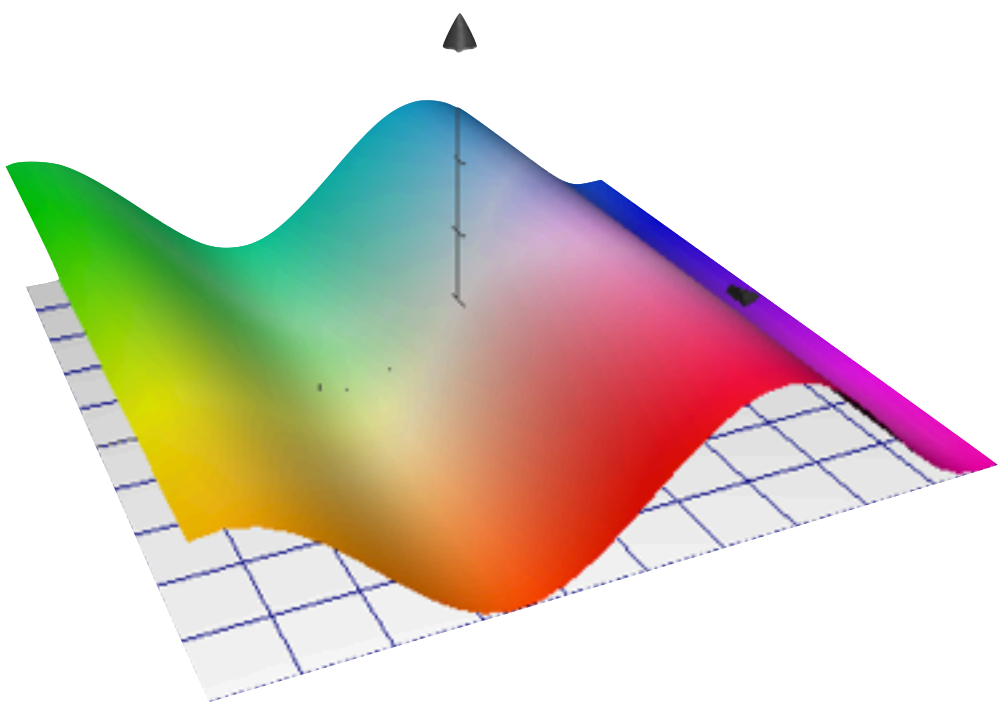


セットアップ

連続時空の場

非加算無限自由度

(実数の各点に自由度)

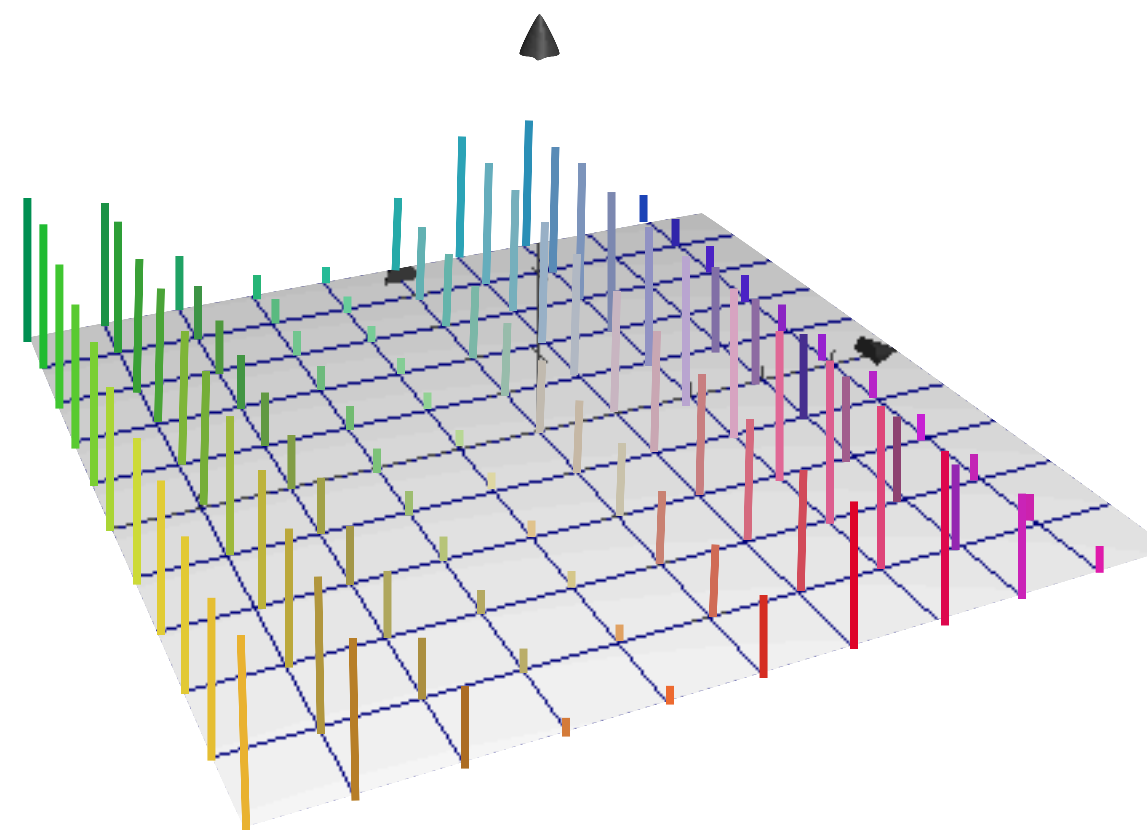


格子化

格子上の場

加算無限自由度

(整数の各点に自由度)

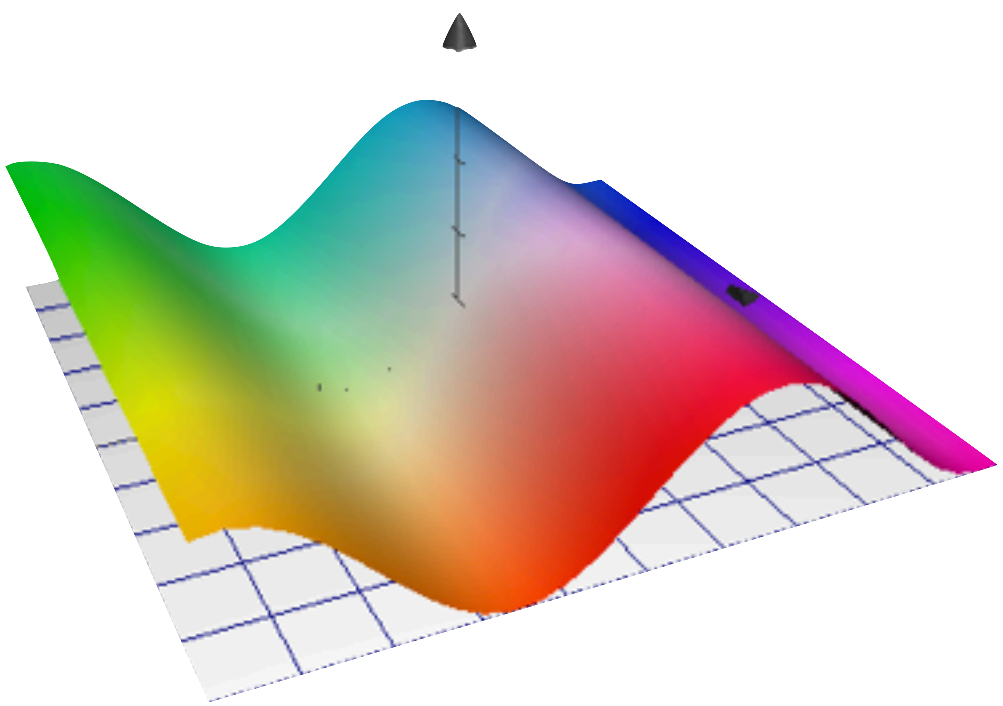


セットアップ

連続時空の場

非加算無限自由度

(実数の各点に自由度)

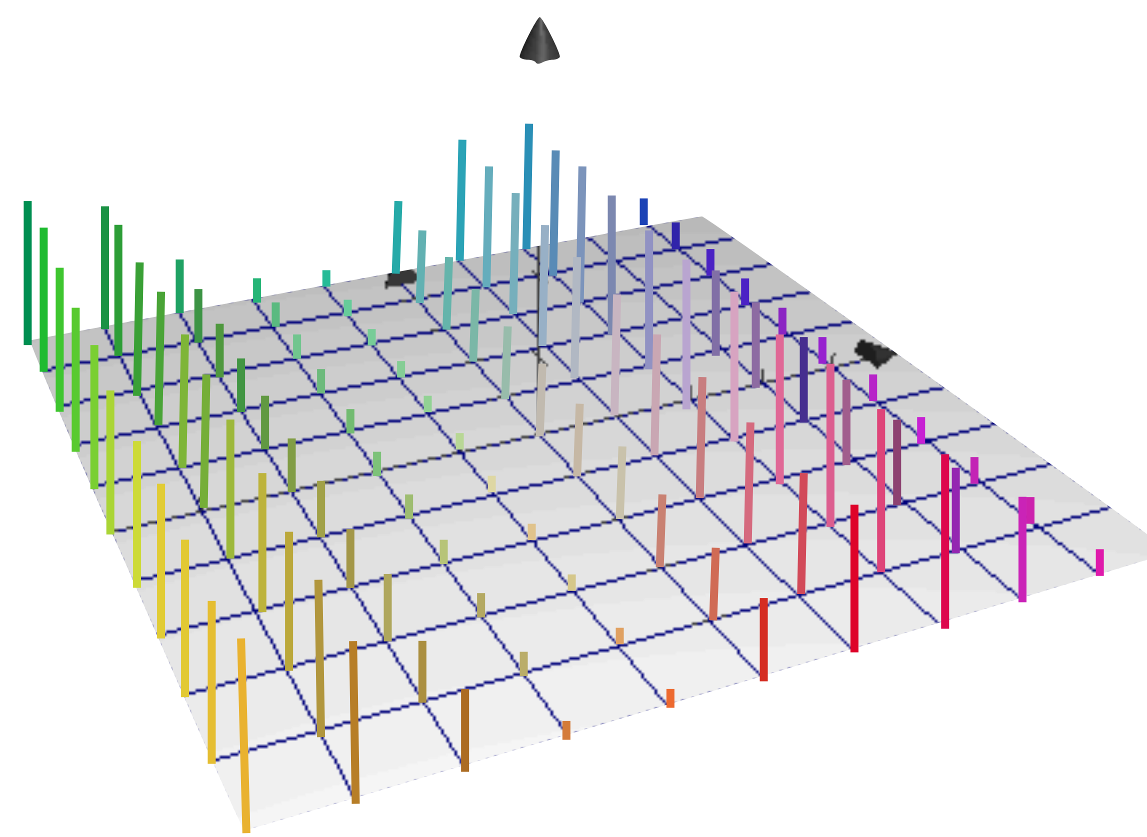


格子化

格子上の場

加算無限自由度

(整数の各点に自由度)



系を箱に入れる→**有限自由度系**→**計算可能**

格子ゲージ理論

できること

ゲージ不変な演算子の期待値

相関関数(→ハドロン質量、崩壊定数、形状因子,etc)
ウィルソンループ(→ポテンシャル形:閉じ込め)
etc

出来ない事

ゲージ不変でない演算子の期待値

干渉が必要なもの

出来る？出来ない？ (no-go定理は未だ無い、よくわかってない)

カイラルゲージ理論(SU(2)L):アノマリー？
漸近自由性でない系(U(1)、ϕ^4):湯川を入れれば？
SUSY(D=4,N=1):べきゼロ？
ユークリッド化で作用が複素になる系(CS、有限密度)
くりこみ不可能な理論:2次相転移あれば→連続極限

要は、QCDは、適用しやすい

格子ゲージ理論

やりかた

場の量子論=経路積分

とりあえずゲージ場のみ

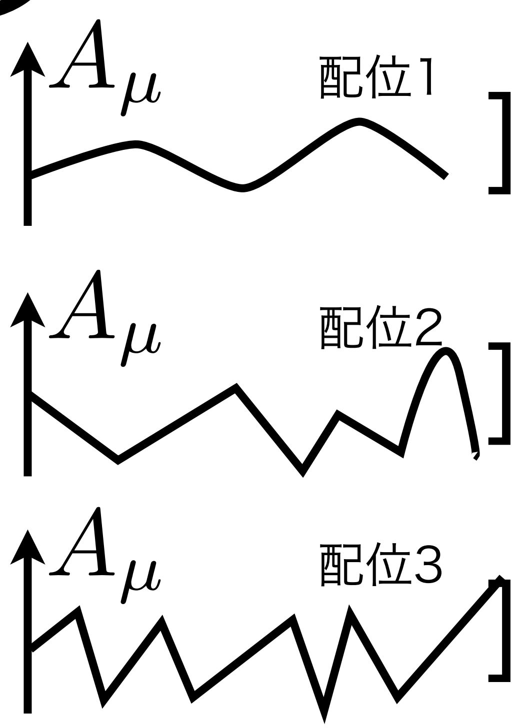
$$\langle \mathcal{O}[A_\mu]\rangle = \int \mathcal{D}A_\mu \mathcal{O}[A_\mu] e^{-S[A_\mu]}$$

統計力学の平均と同じ形！→重みをつけて平均すれば良い。

素朴な発想:モンテカルロ積分でもしてみる。

(やらないと$10^{329986}\mathrm{Year}$)

イメージ



$\mathcal{O}$[配位1]x$e^{-S[A_\mu^{配位1}]}$

$\mathcal{O}$[配位2]x$e^{-S[A_\mu^{配位2}]}$

$\mathcal{O}$[配位3]x$e^{-S[A_\mu^{配位3}]}$

⋮

} 平均 $\langle \mathcal{O}[A_\mu]\rangle$

ただ問題がある。

格子ゲージ理論

$$\langle \mathcal{O}[A_\mu] \rangle = \int \mathcal{D}A_\mu \mathcal{O}[A_\mu] \underline{e^{-S[A_\mu]}}$$

ほとんどの配位でほぼ0

モンテカルロ+<u>インポータンスサンプリング</u>

配位生成をボルツマンウェイト $e^{-S[A_\mu]}$ に比例した確率で行う。

格子ゲージ理論

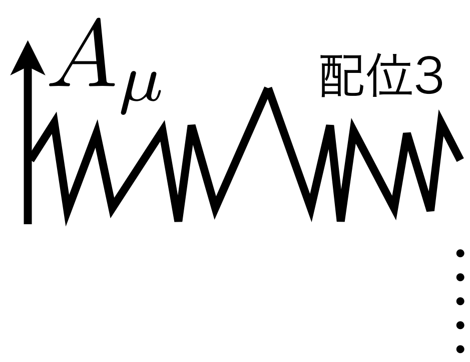
モンテカルロ+インポータンスサンプリング

配位生成をボルツマンウェイト $e^{-S[A_\mu]}$ に比例した確率で行う。

イメージ

なめらかな配位→出来やすい

中位になめらかな配位→たまにできる



激しい配位→生成されにくい

ラグランジアンさえ与えられればできる。

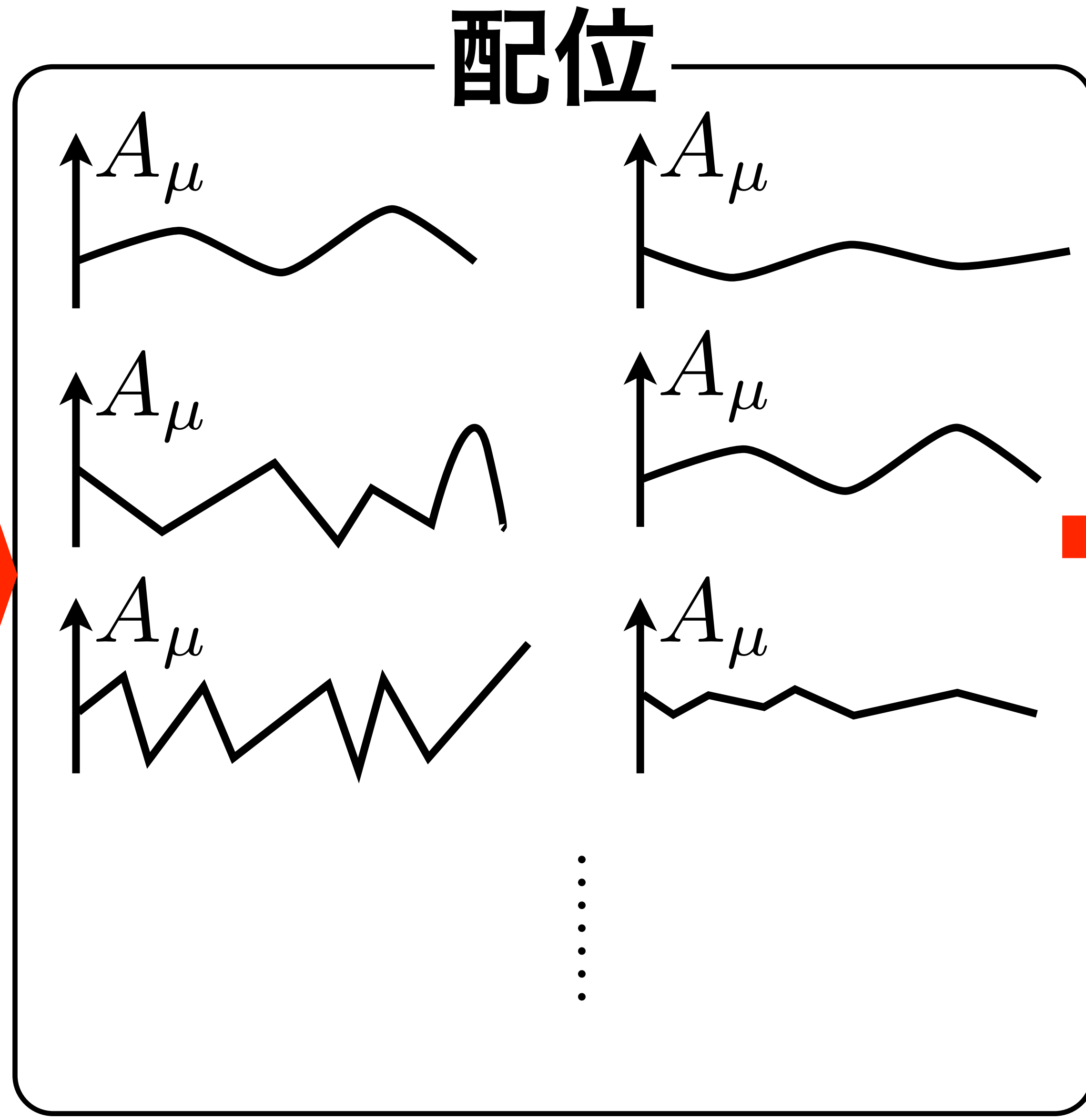
格子ゲージ理論

モンテカルロ+<u>インポータンスサンプリング</u>

やりかた

$\mathcal{L}$

ラグランジアン



$$\frac{1}{N}\sum^{N}\mathcal{O}\,[\text{各配位}]$$

$$= \langle \mathcal{O}[A_\mu] \rangle$$

N→∞

コメント：フェルミオンは、配位生成が重くなる。

格子ゲージ理論

参考:青木慎也 格子上の場の理論

例:π の崩壊定数

$$ip_\mu f_\pi = \langle 0|A_\mu|\pi(\vec{p})\rangle$$

2つの相関関数から決める

$$\sum_{\vec{x},\vec{y}} \langle 0|A_\mu(0,\vec{x})\pi(t,\vec{x})|0\rangle = \frac{V}{2m_\pi}\langle 0|A_\mu|\pi(\vec{0})\rangle\langle\pi(\vec{0})|\pi|0\rangle e^{-m_\pi t} + (\text{heavy mode})$$
$$\equiv W_{AP}e^{-m_\pi t} + \cdots$$

$$\sum_{\vec{x},\vec{y}} \langle 0|\pi(0,\vec{x})\pi(t,\vec{x})|0\rangle = \frac{V}{2m_\pi}\langle 0|\pi|\pi(\vec{0})\rangle\langle\pi(\vec{0})|\pi|0\rangle e^{-m_\pi t} + (\text{heavy mode})$$
$$\equiv W_{PP}e^{-m_\pi t} + \cdots$$

左辺:格子計算

右辺:Wとmπをフィット

$$\frac{W_{AP}}{\sqrt{W_{PP}}} = \sqrt{\frac{V}{2m_\pi}}\langle 0|A_\mu|\pi(0)\rangle = \sqrt{\frac{m_\pi V}{2}} f_\pi$$ なので

$$f_\pi = \frac{\sqrt{2}W_{AP}}{\sqrt{m_\pi V W_{PP}}}$$ と求まる。

ウォーキングテクニカラー

モチベーション

- (一般的な)
  - 階層性
  - 湯川の起源
- (ラティス屋さん的な)
  - 自明性問題
- (僕的な)
  - BCSとGL理論 v.s ワインバーグサラム

場の理論→理論(現象論モデル)

例

非可換ゲージ理論(漸近自由性)→QCD

ヒッグス機構→GWS(SU(2)xU(1))

超対称性　→　MSSM

ブレーン、ワープ時空 →余剰次元模型

場の理論→理論(現象論モデル)

非可換ゲージ理論(漸近自由性)〜QCD

→テクニカラー模型

(ヒッグス=テクニフェルミオン対)

S. Weinberg, Phys. Rev. D13, 974 (1976)
L. Susskind, Phys. Rev. D20, 2619 (1979).

電弱精密実験でExclude!

(Sパラメータ~0_{exp})

≠0.29..(peskin takeuchi)

場の理論→理論(現象論モデル)

非可換ゲージ理論(漸近自由性+赤外固定点)

→ウォーキングテクニカラー模型

(ヒッグス=テクニフェルミオン対)

<u>赤外固定点&フェルミオン質量異常次元~1</u>

<u>で実験と無矛盾</u>

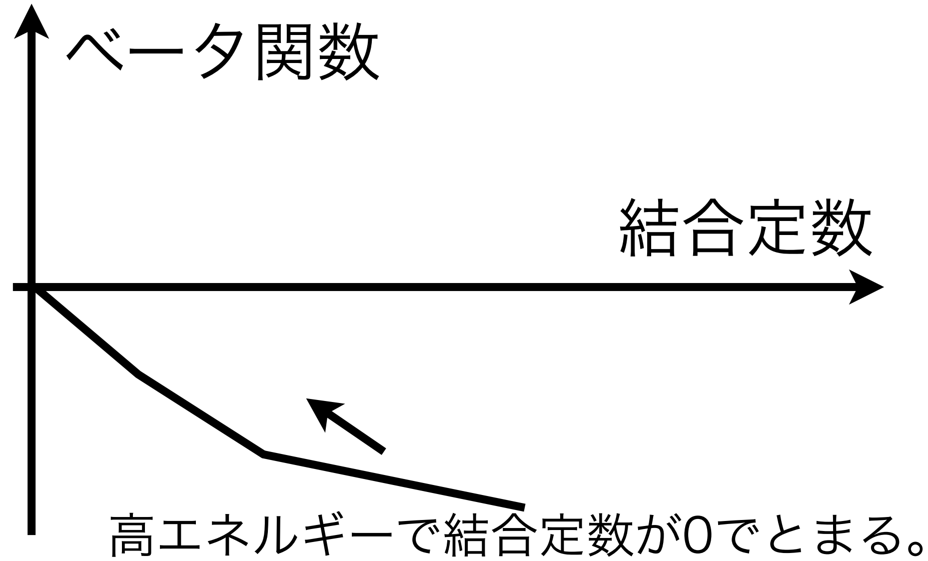
T. Appelquist, F. Sannino The Physical spectrum of conformal SU(N) gauge theories (hep-ph/9806409) Phys.Rev. D59 (1999) 067702

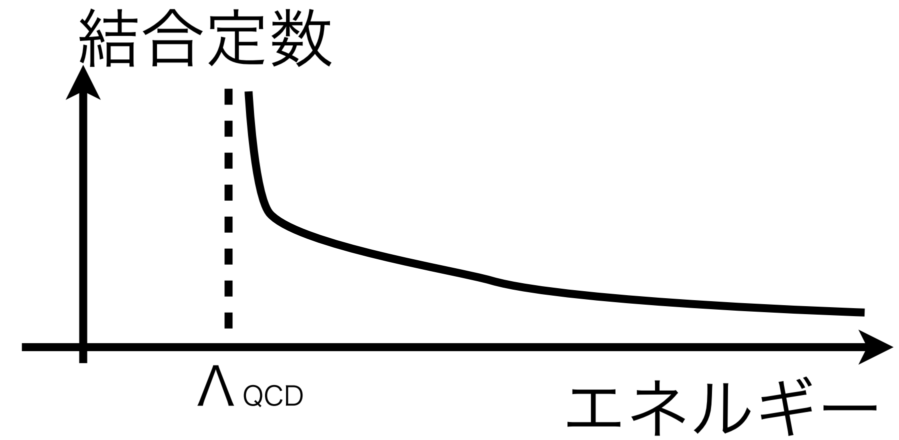
K. Yamawaki, M. Bando and K. Matumoto, Phys. Rev. Lett.56, 1335 (1986).

M. Bando, K. Matumoto and K. Yamawaki, Phys. Lett. B178, 308 (1986).

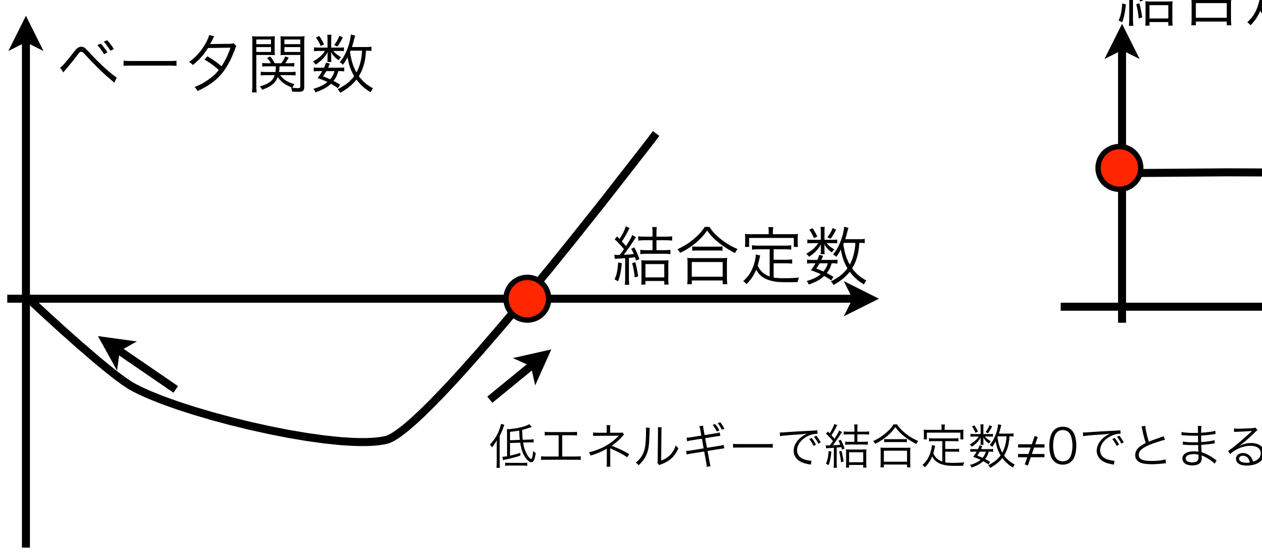
赤外固定点とは？

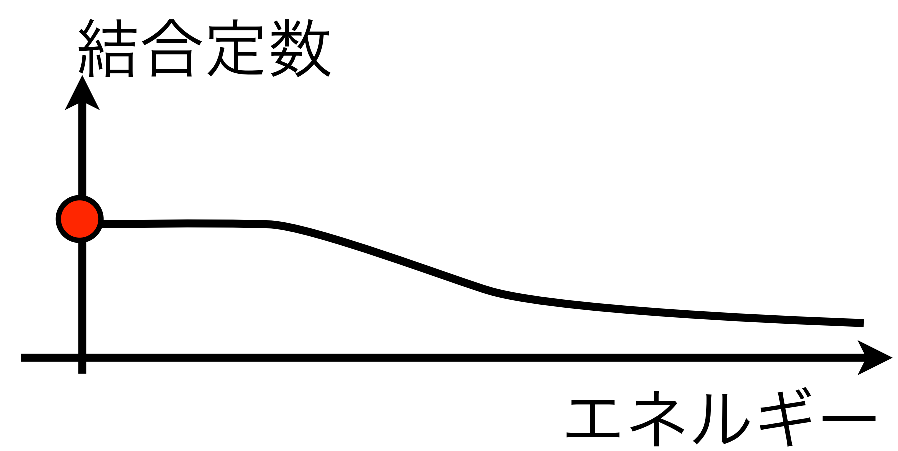
QCD





赤外固定点が
ある理論





こんな理論があるのか？

→非可換ゲージ理論の2ループベータ関数をいじると出せる。

こんな理論があるのか？

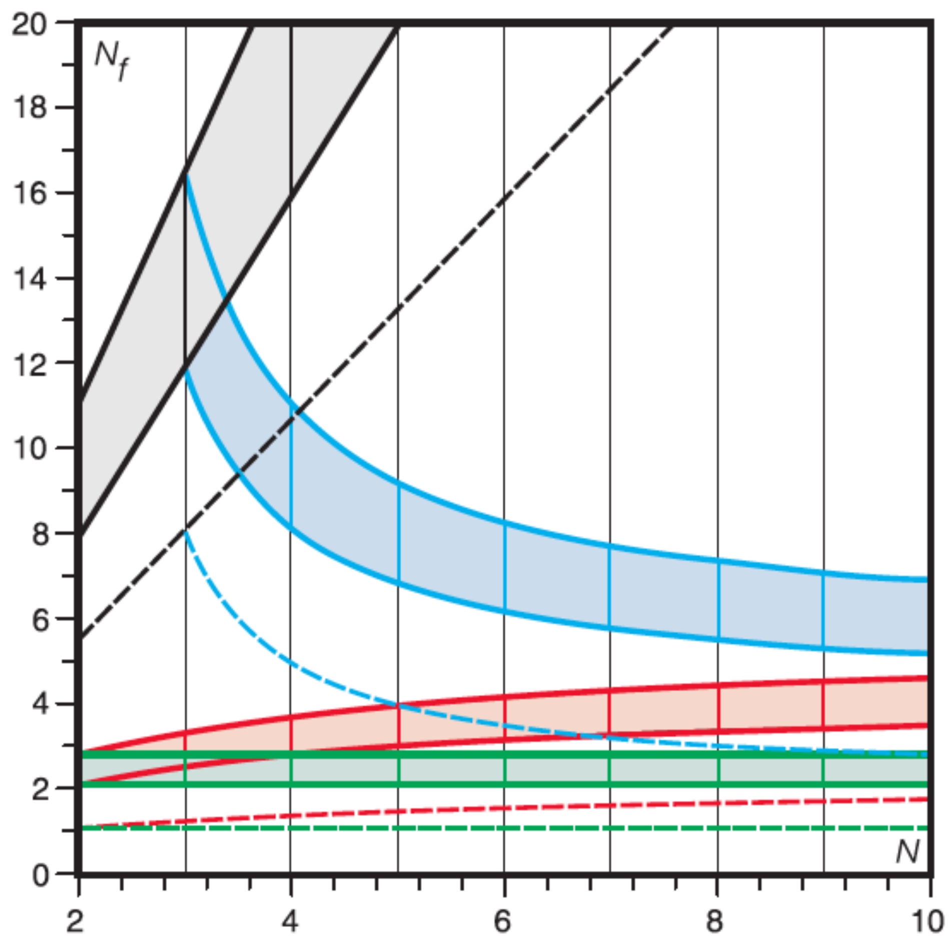
→非可換ゲージ理論の2ループベータ関数をいじると出せる。

r	$T(r)$	$C_2(r)$	$d(r)$
Fund	$\frac{1}{2}$	$\frac{N^2-1}{2N}$	N
Adj	N	N	N^2-1

$$\beta(g) = -\frac{\beta_0}{(4\pi)^2}g^3 - \frac{\beta_1}{(4\pi)^4}g^5$$

$$\beta_0 = \frac{11}{3}C_2(G) - \frac{4}{3}T(r)N_f$$

$$\beta_1 = \frac{34}{3}C_2^2(G) - \frac{20}{3}C_2(G)T(r)N_f - 4C_2(r)T(r)N_f$$



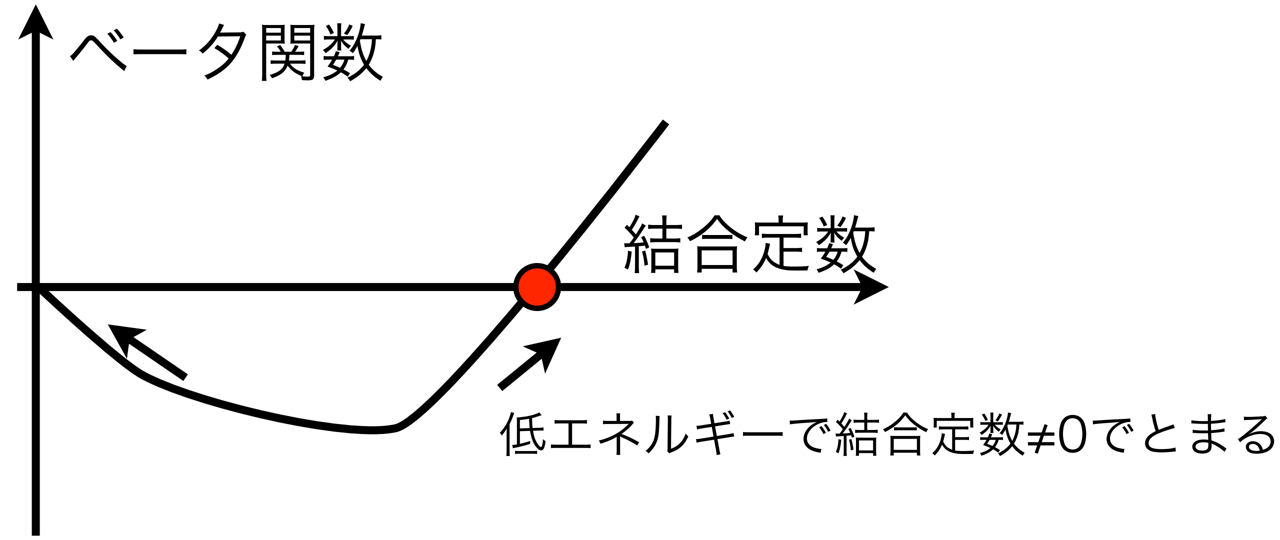
←摂動による予言

(β(g)=0の解)

図 4.2: コンフォーマルウィンドウ。縦軸がフレーバー数で横軸が “カラー” の数。灰色の帯がが基本表現、青が反対称表現、赤が対称表現、緑が随伴表現である。この帯に入っていると赤外固定点を持つ可能性がある。帯の上は、漸近自由性のなくなる線で下限は、カイラル対称性の破れが起こらない線。点線は、バンクス・ザックス固定点が存在する [6]。

[6] Dennis D. DietrichFrancesco Sannino (arXiv:hep-ph/0611341v1)

赤外固定点が
ある理論



こんな理論があるのか？
低エネルギー側に固定点が出たと言っても
摂動論は…。

※固定点は、摂動論の適用範囲外

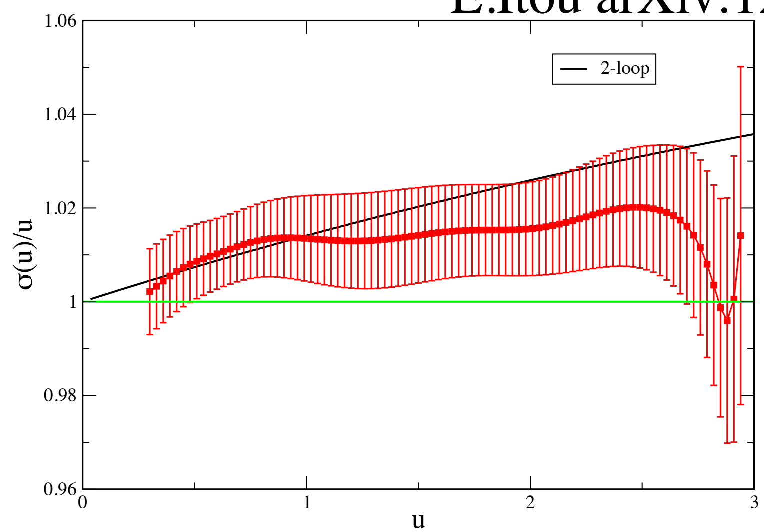
→格子シミュレーション！

格子シミュレーションにより
赤外固定点が見つかった！

E.Itou arXiv:1212.1353v1 [hep-lat]

SU(3)
+12Fundフェルミオン

成長率



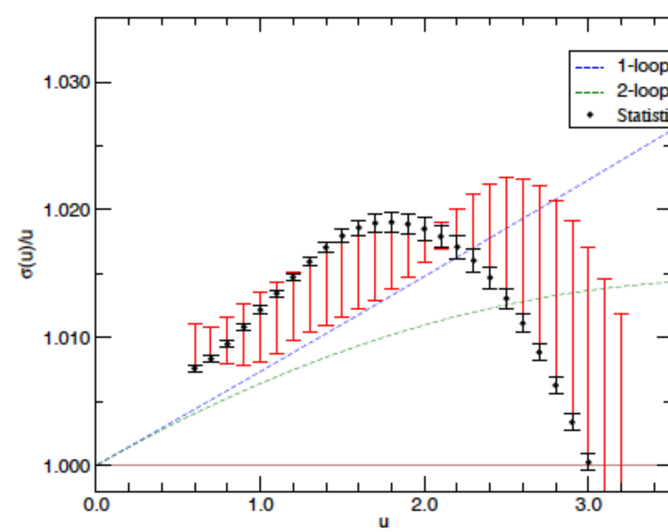
結合定数

Fig. 15 The growth rate $\sigma(u)/u$ as a function of u with statistical error. Two-loop perturbative value (black line) is also plotted for comparison. The horizontal (green) line denotes unity line, where the beta function is consistent with zero.

彼らの得た結論は、固定点は $g^2 = 2.0 - 3.2$ にあり、そこで異常次元は $0.05 < \gamma < 0.56$ という値を得ている。

SU(2)
+2adjフェルミオン

成長率



結合定数

図 8.2: $\sigma(u, 4/3)/u$ と u の結果グラフ。黒の誤差棒は統計誤差のみで、赤の誤差棒は定数フィットの連続極限と線形フィットの差 (連続極限に伴う系統誤差) である

F.Bursa et. al. Mass anomalous dimension in SU(2) with two adjoint fermions(arXiv:0910.4535v2)

KMIなど他のグループも。
(名古屋)

http://www.kmi.nagoya-u.ac.jp/eng/publications/theories_2013.php